

UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS

E.A.P. DE FÍSICA

**Resistividad eléctrica en función de la deformación
plástica de la aleación de cobre con aluminio**

TESIS

para optar el Título Profesional de Licenciado en Física

AUTOR

John Godofredo Miranda Ramos

ASESOR

Emilio Medrano Atencio

Lima – Perú

2006

DEDICATORIA.

**A mis Padres y hermanos por su constante
apoyo y comprensión.**

AGRADECIMIENTOS.

Al profesor Mg. Emilio Medrano Atencio por su buena orientación para realizar mi trabajo de tesis, así mismo al Licenciado Andrés Padilla por su desinteresada colaboración.

Por otro lado al Laboratorio de:

“Cristales Reales y Aleaciones Metálicas”, por permitirme desarrollar mi trabajo con amplia libertad.

RESUMEN

En el presente trabajo de Tesis, estudiamos el comportamiento de los electrones cuando la red cristalina se encuentra deformado, para lo cual se obtuvieron aleaciones de cobre – aluminio ($\text{Cu}_{0,975}\text{Al}_{0,025}$) y se han preparado Probetas con dimensiones adecuadas y luego se sometieron a tracción. Se midieron la resistividad eléctrica antes y después de la tracción, observándose un incremento de la resistividad eléctrica, que nos permite graficar la curva de resistividad eléctrica en función de la deformación plástica. Observándose el comportamiento polinomio de grado dos.

La gráfica se discute usando la teoría de dislocaciones.

INDICE

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN	1
--------------	---

CAPÍTULO II

PRINCIPIOS TEÓRICOS

2.1 PROPIEDADES FÍSICAS DE COBRE – ALUMINIO	2
2.2 DIAGRAMA DE ESTADO DE COBRE – ALUMINIO	4
2.3 FASES EN LAS ALEACIONES COBRE – ALUMINIO	7
2.4 TIPOS DE DEFECTOS EN LOS METALES Y ALEACIONES	9
2.5 PROPIEDADES MECÁNICAS DE LOS METALES	24
2.6 USO DE LAS ALEACIONES DE COBRE – ALUMINIO	37
2.7 TEORÍA DE SOMMERFELD DE LA CONDUCTIVIDAD ELÉCTRICA EN LOS METALES.	38
2.8 TRATAMIENTO TEÓRICO DEL PROBLEMA DE CAMBIO DE RESISTIVIDAD ELÉCTRICA POR DEFORMACIÓN PLÁSTICA.	50

CAPITULO III

PARTE EXPERIMENTAL

3.1 OBTENCIÓN DE LAS ALEACIONES COBRE – ALUMINIO. ELABORACIÓN DE LAS PROBETAS DESTINADOS A LOS ENSAYOS MECÁNICOS Y MEDICIÓN DE LA RESISTIVIDAD ELÉCTRICA.	61
3.2 DESCRIPCIÓN DEL EQUIPO PARA LA MEDICIÓN DE LA RESISTIVIDAD ELÉCTRICA POR EL MÉTODO DE CUATRO PUNTAS.	67

3.3 DETERMINACIÓN DE LAS DEFORMACIONES Y MEDICIÓN DE LA RESISTIVIDAD ELÉCTRICA DE LAS ALEACIONES.	68
---	----

3.4 DETERMINACIÓN DE LA DENSIDAD DE DISLOCACIONES	69
---	----

CAPITULO IV

4. RESULTADOS	70
---------------	----

4.1 CURVA DE RESISTIVIDAD ELÉCTRICA – DEFORMACIÓN	71
---	----

CAPITULO V

5.1 DISCUSIÓN	73
---------------	----

5.2 CONCLUSIONES	74
------------------	----

REFERENCIAS	76
-------------	----

APENDICE	78
----------	----

CAPITULO I

INTRODUCCION

En el desarrollo de la tesis hacemos un estudio detallado del incremento de la resistividad eléctrica después de la deformación plástica, asumiendo que dicho incremento es debido a la gran densidad de dislocaciones.

Desde 1827 año en que, Georg Simón Ohm, descubriera su famosa ley de Ohm ($V = IR$). fue constante inquietud de los Físicos, saber que es lo que ocurre en el interior del metal [1].

En 1900, Drude, tres años después del descubrimiento del electrón presenta un modelo sobre los metales, dicho modelo da respuestas satisfactorias para algunos temas como la resistividad eléctrica [2]

En 1908 Kamerlingh Onnes, en la universidad de Leyden (Holanda), dispuso investigar como influyen las impurezas en la resistividad eléctrica, propiedad que se podía medir con cierta facilidad a bajas temperaturas, encontrando resistividad eléctrica nula, es decir, se descubrió la SUPERCODUCTIVIDAD [3]

En 1927 Arnold Somerfield introdujo su modelo sobre los metales, basado en la teoría cuántica (principio de exclusión de Pauli), este modelo responde satisfactoriamente a mas interrogantes sobre la resistividad eléctrica [2].

Desde 1949 J. S. KOEHLER [4] ,1950 J. K MACKENZIE [5],1952 D L. DEXTER [6] [7],1952 ROLF LANDAVER. [8]

1987 RAJ U. R. GUPTA [9], 1982 MACCHION I. J. ARAYNE[10], empezaron estudiar la dependencia de la resistividad eléctrica de las dislocaciones en las muestras policristalinas de cristales reales. Por lo tanto, el objeto de estudio en el presente trabajo de tesis es determinar la influencia del movimiento irreversible de las dislocaciones (deformación plástica) ,sobre la resistividad eléctrica, que tiene como problema principal explicar la relación que existe entre el movimiento irreversible de las dislocaciones y movimiento de los electrones en la conductividad eléctrica de los metales. El trabajo de tesis tiene por objetivo demostrar experimentalmente la dependencia de la resistividad eléctrica de su estructura cristalina (dislocaciones).

En el capítulo II, se da los conceptos teóricos fundamentales como: propiedades físicas de cobre - aluminio, diagrama de estado, propiedades mecánicas y defectos en metales y aleaciones. Así mismo tratamos sobre la conductividad eléctrica de los metales.

En el capítulo III, hacemos una descripción detallada de la parte experimental empezando desde el calculo de la densidad de la mezcla, la fundición, el laminado, corte de las probetas en sus dimensiones adecuadas, pulido y determinación de la densidad de las dislocaciones observadas en el microscopio metalográfico y la medición de resistividad eléctrica antes y después de traccionar .

En el capítulo IV, presentamos los resultados en tablas de una forma secuencial de acuerdo a los datos tomados, además graficamos la curva de resistividad eléctrica en función de la deformación plástica y otras.

En el capítulo V, se da una discusión sobre las curvas obtenidas y también mencionamos el grado de error en la toma de datos. Concluimos destacando el incremento de la resistividad eléctrica a causa de la deformación producida por tracción.

CAPITULO II

2. PRINCIPIOS TEORICOS

2.1 PROPIEDADES FISICAS DE COBRE-ALUMINIO Y SUS ALEACIONES

COBRE Y SUS ALEACIONES

De acuerdo a [11], las propiedades más importantes del cobre que son su buena conductibilidad eléctrica y térmica así como la alta plasticidad y la capacidad de formar aleaciones que le aseguran una amplia aplicación es debido a los siguientes:

Temperatura de fusión	1083°C
Temperatura de ebullición	2360°C
Red cristalina cúbica de cara centrada	
Parámetro de la red	a=0.364nm
Densidad de cobre	8.93g/cm ³

Según [12], después de laminado y recocido su plasticidad es 30-35%. Como resultado de la alta plasticidad el cobre se deforma fácilmente en estado caliente y en estado frío. La solidez del cobre crece, como resultado de la deformación en frío, hasta 700MN/m², pero disminuye simultáneamente la plasticidad (hasta un 1-3%). La conductibilidad eléctrica, a 20°C en estado templado es $58 \times 10^4 \Omega^{-1} \text{cm}^{-1}$.

LAS IMPUREZAS EN EL COBRE POR SU CARÁCTER DE INTERACCIÓN

Se las puede clasificar en los siguientes grupos [12]:

- 1) Impurezas que forman con el cobre las soluciones sólidas: níquel, zirconio, antimonio, estaño, arsénico, hierro, fósforo. Estas impurezas mejoran

las propiedades mecánicas, pero disminuyen en forma violenta (sobre todo el antimonio y arsénico) la conductibilidad eléctrica y térmica del cobre. Por eso para los conductores de corriente se usa el cobre de las marcas M0 y M1 que contienen no más de 0.0002% de Sb y 0.0002% de As.

- 2) Impurezas de plomo, bismuto y otros no disueltos en el cobre forman combinaciones químicas quebradizas Cu_2O y Cu_2S que se distribuyen por los límites intergranulares. Estas impurezas no influyen prácticamente en la electroconductividad.

ALUMINIO Y SUS ALEACIONES

Según [11], las propiedades más importantes del aluminio que determinan su amplia aplicación son:

Temperatura de fusión	660°C
Temperatura de ebullición	2500°C
Densidad de aluminio	2.7g/cm ³
Alta conductibilidad eléctrica y térmica	

El aluminio fue obtenido por primera vez por el físico, danés Hans Cristian Oersted en 1825, en el mismo año el químico alemán F. Wohler obtuvo una cantidad de varios gramos y supo determinar sus propiedades importantes.

Según [12], el aluminio posee poca densidad 2.72g/cm³, baja temperatura de fusión 658°C. La electroconductividad de aluminio técnico es $34 \times 10^4 \Omega^{-1} \text{cm}^{-1}$.

La red cristalina es cúbica de cara centrada con un periodo $a = 0.4049\text{nm}$ El aluminio deformado y recocido tiene alta plasticidad (35-40)% y baja solidez.

El aluminio puro es resistente a la corrosión, lo cual se explica por la formación en su superficie de una película compacta y pasivante de óxido de aluminio (Al_2O_3). Cuanto más puro es el aluminio, tanto más alta es la resistividad a la corrosión y mayor la electroconductibilidad.

Las impurezas fundamentales en el aluminio son el hierro y el silicio. Estos aumentan la solidez del aluminio, pero disminuyen a la vez su plasticidad y resistencia a la corrosión.

El aluminio puro se lamina fácilmente hasta hojas muy delgadas, se puede prensar y estampar. La solidez del aluminio se puede elevar por deformación en frío (endurecimiento). Para eliminar el endurecimiento del aluminio, éste se somete a recristalización por recocido a una temperatura de $300\text{-}360^\circ\text{C}$

2.2 DIAGRAMA DE ESTADO DE ALEACIÓN COBRE-ALUMINIO

El diagrama de estado según [12], describe las regularidades estructurales de las aleaciones. Este diagrama, en forma gráfica muestra la composición de fase y estructura de la aleación en función de la temperatura y la concentración. Los diagramas de estado se construyen en las condiciones de equilibrio.

La energía libre del sistema debe permanecer invariable, que solamente se consigue a velocidades muy lentas de enfriamiento.

Regla de fases:

$$C = K + n - \theta \quad (2.2.1)$$

donde:

- C es el grado de libertad del sistema
- K número de componentes que forma el sistema
- θ número de fases que se encuentran en equilibrio
- n número de factores externos

Para metales, la presión se mantiene constante, solo se considera, como factor externo a la temperatura entonces $n = 1$.

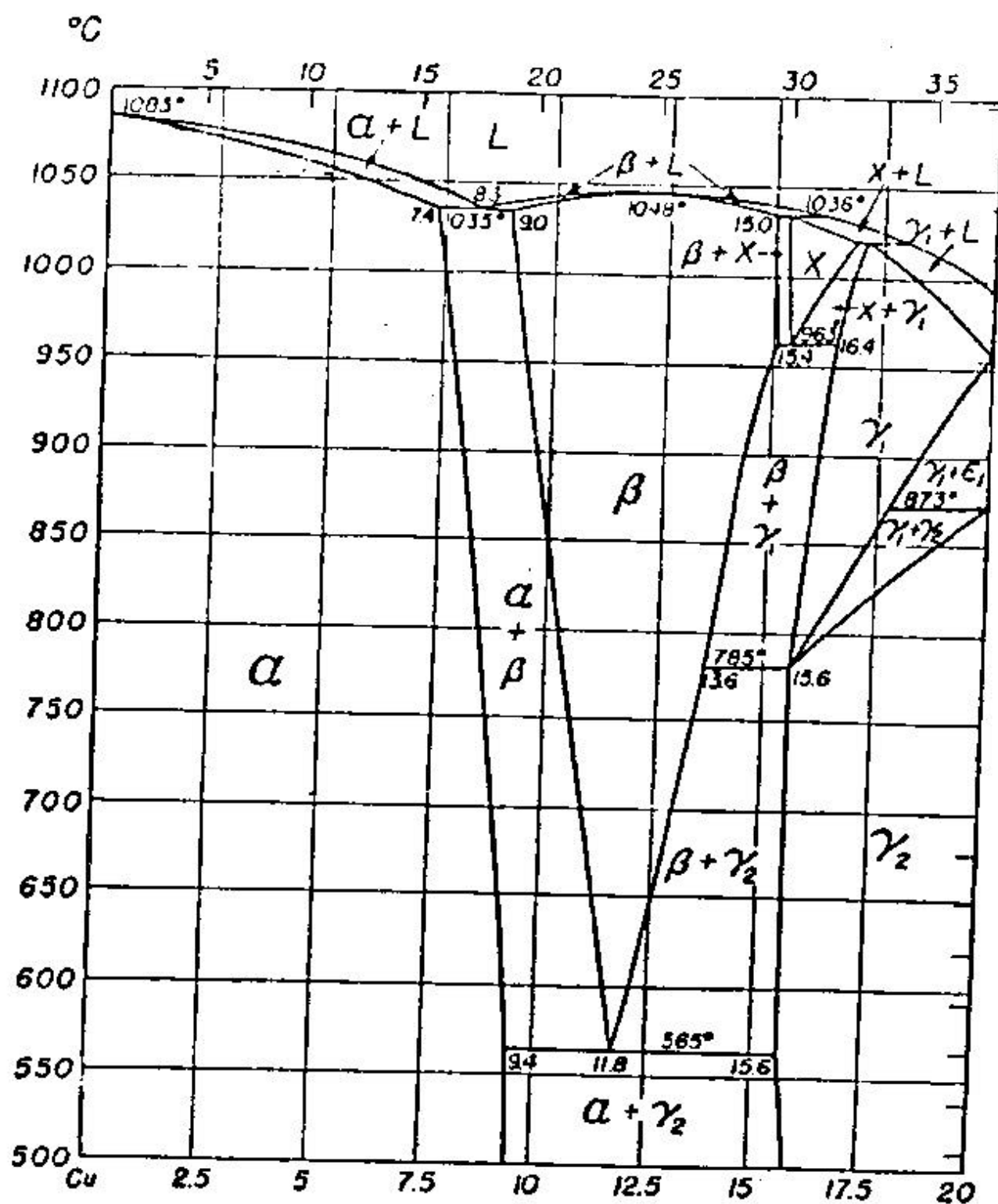
Luego tenemos:

$$C = K + 1 - \theta \quad (2.2.2)$$

Según [13], en el diagrama de fase mostrado fig.1

La solubilidad de aluminio en cobre, es como sigue:

- 8.0 % en 980°C
- 8.5 % en 795°C
- 9.0 % en 690°C
- 9.4 % en 565°C



Porcentaje en peso de aluminio

Fig. 1 Diagrama de estado Cu-Al

2.3 ESTRUCTURA DE LAS FASES

β	Cúbica de cuerpo centrado	$a = 0.2956\text{nm}$
γ_2	Cúbica	$a = 0.8717\text{nm}$
ε_2	cúbica	
ζ_2	hexagonal	
θ	tetragonal	$a = 0.6252\text{nm}$ $c = 0.4869\text{nm}$
χ		
κ		
α		

Según [14], la fase β es una combinación electrónica con la composición nominal Cu_3Al con una concentración electrónica de $3/2$. Tiene estructura cúbica de cuerpo centrado, con $a = 0.2945\text{nm}$. La fase χ con, composición eutectoidal en 963°C incluye la composición Cu_9Al de 15.9% de Al. Esto corresponde a la combinación electrónica $21/13$.

Fase ε	cúbica
Fase ζ	hexagonal
Fase η	ortorómbica
Fase θ	tetragonal (con 8 átomos de Al, 4 átomos de cobre), por celda, $a = 0.6052\text{nm}$ $c = 0.4869\text{nm}$.

Según [12], para las aleaciones hasta el 9.5% de Al, se denominan bronce de aluminio. La fase α es una solución sólida monofásica. Los bronce de aluminio están compuestos con una mezcla de fases $\gamma' + \alpha$ (γ' es una combinación electrónica $\text{Cu}_{32}\text{Al}_{19}$). Cuando ellos se enfrían aceleradamente en condiciones industriales.

Propiedades de la aleación de Cu-Al según [15]: las propiedades físicas del cobre y aluminio puros para preparar aleaciones son:

PROPIEDADES	COBRE	ALUMINIO
Estructura cristalina	ccc	ccc
Densidad (g/cm ³)	8.96	2.698
Número atómico	29	12
Radio atómico (°A)	1.28	1.43
Radio iónico (°A)	0.96	0.50
Estado de oxidación	2.1	3
Primera energía de ionización (Kj/mol)	745.5	577.6
Volumen atómico (cm ³ /mol)	7.09	10.0
Estructura electrónica	(Ar)3d ¹⁰ 4s ¹	(Ne)3s ² 3p ¹
Punto de fusión (°K)	1356.5	933.7
Punto de ebullición (°K)	2836	2740
Calor específico (J/gk)	0.38	0.60
Calor de vaporización (JK/mol)	304.3	293
Calor de fusión (JK/mol)	13.26	10.7
Electroafinidad (JK/mol)	123	44
Electronegatividad (JK/mol)	1.90	1.61

Según [10], las propiedades de la aleación cobre-aluminio son:

Fase	Composición (at.%)	ρ_{295} ($\mu\Omega\text{cm}$)	$\rho_{4.2}$ ($\mu\Omega\text{cm}$)	Parámetro de red(A)
$\alpha(\text{Cu})$	2.3	4.79 ± 0.18	2.85 ± 0.11	3.616 ± 0.014
	8.9	8.977 ± 0.37	6.73 ± 0.27	3.630 ± 0.017
	16.5	11.04 ± 0.39	7.97 ± 0.28	3.658 ± 0.012
$\gamma_2(\text{Cu}_9\text{Al}_4)$	31	17.27 ± 0.85	8.30 ± 0.41	8.693 ± 0.009
	34.1	18.47 ± 0.74	8.76 ± 0.35	8.702 ± 0.006
	36.8	25.94 ± 1.27	17.28 ± 0.85	8.690 ± 0.007
$\delta(\text{Cu}_3\text{Al}_2)$	38.8	28.83 ± 1.41	20.46 ± 1.0	8.679 ± 0.12
$\xi_2(\text{Cu}_4\text{Al}_3)$	44.0	12.67 ± 0.60	5.13 ± 0.23	
$\eta_2(\text{CuAl})$	49.0	8.67 ± 0.42	2.96 ± 0.15	12.045 ± 0.026
$\theta(\text{CuAl}_2)$	66.6	7.64 ± 0.23	0.86 ± 0.04	6.066 ± 0.016 ($c = 4.874 \pm 0.042$)
$\beta(\text{Al})$	98.26	3.95 ± 0.15	$0.999 \pm 0,04$	4.037 ± 0.006
	99.14	3.12 ± 0.10	$0.44 \pm 0,04$	4.043 ± 0.006

2.4 TIPOS DE DEFECTOS EN METALES Y ALEACIONES

DEFECTOS EN LOS SÓLIDOS

Según [2], toda desviación de la estructura periódica de un cristal se llama defecto. Estos defectos ejercen influencia en las propiedades, que son sensibles a la estructura tales como: la conductibilidad eléctrica, la fotoconductividad, la luminiscencia, la resistencia mecánica.

CLASIFICACIÓN DE LOS DEFECTOS

- 1) **Defectos puntuales**.- La magnitud de estos defectos en las tres dimensiones no supera uno o varias distancias interatómicas. Estos defectos son los huecos o vacancias (nudos vacíos de la red cristalina). Los átomos intersticiales, los átomos de impurezas.

- 2) **Defectos lineales (unidimensionales).**- Se caracteriza en que las alteraciones de la periodicidad se extiende en una sola dimensión hasta distancias mucho mayores que la red, mientras que en otras no supera varios parámetros. Ejemplo de estos son las dislocaciones.
- 3) **Defectos superficiales (bidimensionales).**- Tienen en las dos dimensiones magnitudes mucho mayores que la red, y en la tercera no supera varios parámetros de red, Los límites de granos y maclas, los defectos de empaquetamiento, los límites entre los granos, etc., son defectos superficiales.
- 4) **Defectos espaciales (tridimensionales).**- Son vacíos microscópicos e inclusiones de otras fases. Se produce por lo general durante el crecimiento de los cristales.

DEFECTOS TERMICOS PUNTUALES

Los átomos que forman la capa superficial del cristal pueden por calentamiento adquirir energía cinética necesaria para desprenderse de la superficie y pasar al espacio circundante.

La energía del átomo en cualquier instante puede adquirir una energía cinética muy grande que la energía media de los átomos, estos átomos pueden abandonar su posición de equilibrio y trasladarse por el cristal transmitiendo energía a los demás átomos, el nudo que queda vacío se llama hueco o vacancia.

DEFECTO DE FRENKEL

Son defectos puntuales en forma de conjuntos de átomos alojados en los intersticios, como se muestra en la figura (2).

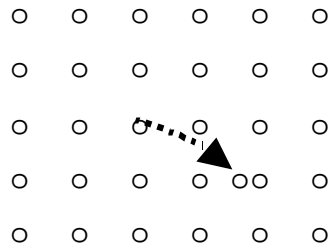


Fig. 2 Defecto de Frenkel

En los metales de empaquetamiento denso, es poco probable encontrar átomos intersticiales, por ejemplo, en los metales de red cúbica de cara centrada.

DEFECTO DE SCHOTTKY

En los cristales algunos átomos de la capa próxima a la superficie en virtud del movimiento térmico pueden salir del cristal a la superficie como se observa en la fig.3

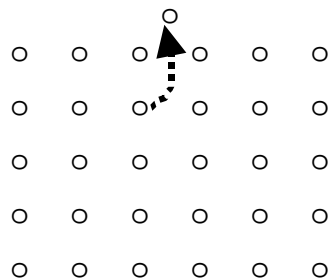


Fig. 3 Defecto de Schottky

DISLOCACIONES

El concepto de dislocación aparece a principios del siglo XX como resultado de los trabajos de V. Volterra que estudiaba el comportamiento elástico del medio isótropo homogéneo [2].

Las dislocaciones fueron admitidos como postulados porque eran capaces de explicar el bajo límite elástico de los metales y por muchos años no hubo evidencia experimental que probase su existencia [16].

Muchos metalúrgicos de EEUU rehusaron admitir la dislocación, sin embargo, con el desarrollo de la técnica del microscopio electrónico, la evidencia experimental demostró concluyentemente que la resistencia y la ductilidad de los metales están controlados por defectos llamados dislocaciones [17].

TIPOS DE DISLOCACIONES:

DISLOCACIÓN DE BORDE

Según [16], en la Fig. 4 se muestra esquemáticamente una dislocación de borde en un cristal cúbico cristalino normales al plano de deslizamiento. El plano extra marcado "a" en la parte superior y termina en el punto "b", sobre el plano de deslizamiento, mientras que los planos a los lados de "a" van continuamente desde la parte superior hasta el inferior del gráfico.

La dislocación que tiene un plano incompleto que queda sobre el plano de deslizamiento, se denomina dislocación de borde positiva. Y el plano incompleto que

quedará por debajo del plano de deslizamiento, se llama dislocación de borde negativa, de símbolos \perp , T respectivamente.

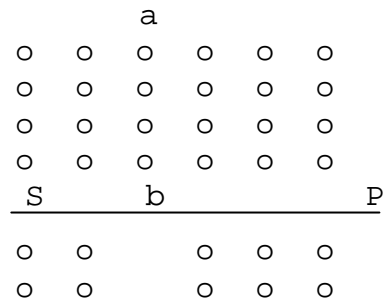


Fig. 4 Dislocación de borde

DISLOCACIÓN HELICOIDAL

Según[16], como se muestra esquemáticamente en la Fig. 5, donde puede considerarse que cada pequeño cubo representa un átomo. La Fig. 6 representa el mismo cristal con la posición de la línea de dislocación marcada con línea DC. El plano ABDC es el plano de deslizamiento. La parte frontal superior del cristal ha sido cizallado por una distancia atómica a la izquierda relativa a la porción frontal inferior.

Si comenzamos en el punto X en la Fig. 5, y siguiendo hacia arriba y alrededor del cristal en dirección de las flechas. Un circuito de cristal termina en el punto y; los circuitos continuados terminarán finalmente en el punto z. DC es la línea de dislocación.

Dislocación Helicoidal

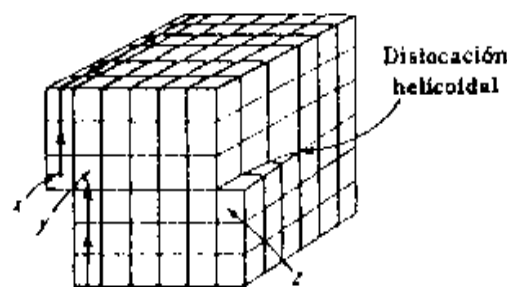


Fig 5

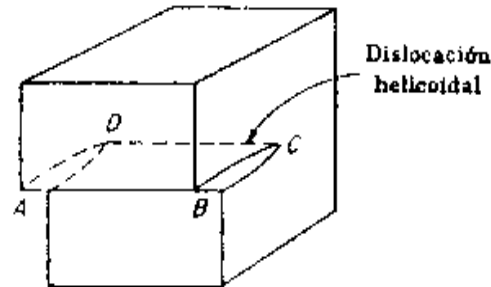


Fig 6

VECTOR DE BURGERS

Línea de dislocación

Es la línea que va a lo largo de aquel borde plano extra de átomos que termina dentro del cristal.

Plano de deslizamiento

Es el plano definido por la línea de dislocación y el vector de deslizamiento. Si la dislocación se mueve en la dirección del vector de deslizamiento, se dice que se mueve propiamente por deslizamiento.

Vector de deslizamiento

El vector de deslizamiento generalmente se llama vector de Burgers que se define como sigue:

- Defínase una dirección positiva a lo largo de la línea de dislocación. Esta dirección se escoge arbitrariamente.
- Constrúyase un plano perpendicular a la línea de dislocación como se ve en la Fig.7
- Trácese un camino alrededor de la línea de dislocación en este plano moviéndose n vectores de retícula en cada una de las cuatro direcciones mutuamente perpendiculares. Aváncese en sentido de las manecillas del reloj.
- Si el camino no cierra, indica una dislocación. El vector de Burgers, " b ", es el vector necesario para lograr el cierre. El vector de Burgers es igual al vector de deslizamiento.

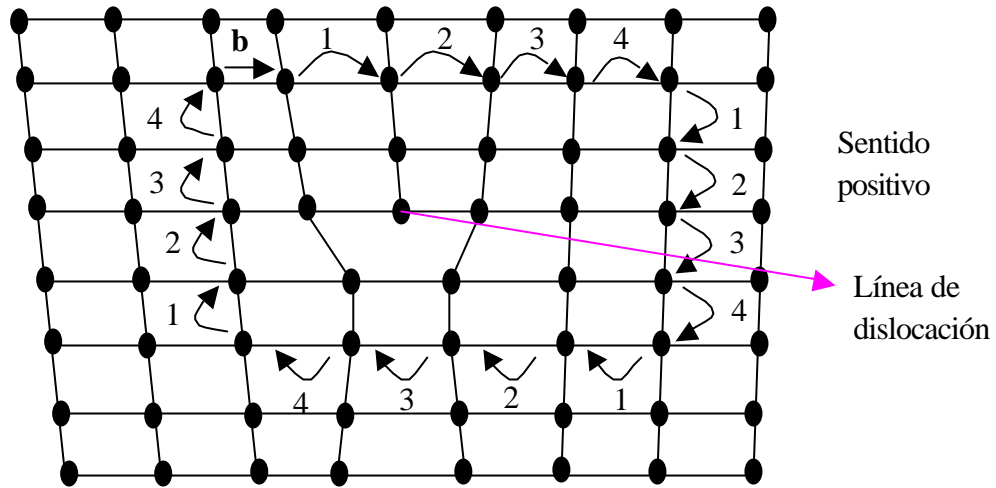


Fig.7 Circuito de Burgers para una dislocación de borde.

El movimiento de dislocación en la dirección del vector de Burgers se llama movimiento por deslizamiento.

Trepado de dislocación.- Cuando la línea de dislocación se mueve en ángulos rectos con el vector de Burgers. El movimiento de la línea normal al vector de deslizamiento hará que el medio plano extra se muestre más y más corto o más y más largo. En la Fig.8, muestra el medio plano haciéndose más corto. La vacancia de la red emigra a la parte baja del plano extra de átomos y hacerlo provoca que dicho plano se mueva hacia arriba de la retícula.

- El movimiento de las dislocaciones que requiere el movimiento de átomos y vacancias se llama movimiento no conservador. De aquí que el movimiento de trepado de las dislocaciones de borde es no conservador y el movimiento por deslizamiento es conservador.
- El movimiento de trepado requiere más energía que el movimiento por deslizamiento debido a la migración de vacancia requerida.

- El movimiento de trepado que reduce el tamaño del medio plano se llama trepado positivo, mientras que el movimiento que incrementa su tamaño se llama trepado negativo.

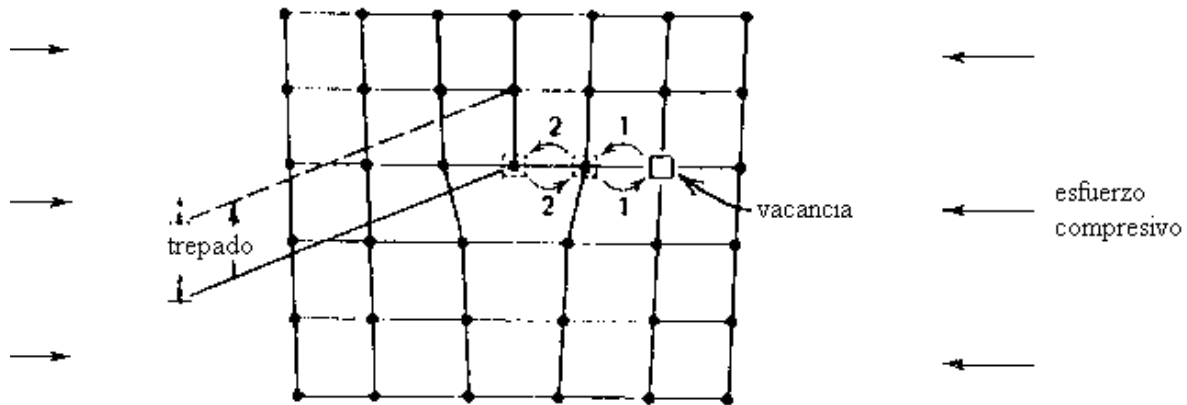


Fig.8 Movimiento de trepado de dislocación de borde

TENSIONES NECESARIAS PARA LA FORMACIÓN DE DISLOCACIÓN EN UN CRISTAL PERFECTO

Según [2], para que se forme una dislocación en un cristal perfecto, es necesario, aplicar una fuerza de cizallamiento en un cierto plano de deslizamiento. Un cálculo riguroso, en los que se utiliza las mejores aproximaciones para la interacción interatómica, en el plano de deslizamiento da un valor.

$$T_{teór} = GPa/30 \quad (2.4.2)$$

Donde : G es módulo de cizalladura

La experiencia muestra que la cizalladura comienza, en la mayoría de los cristales reales, cuando la tensión es :

$$T_{\text{real}} = \text{GPa}/10^5 \quad (2.4.3)$$

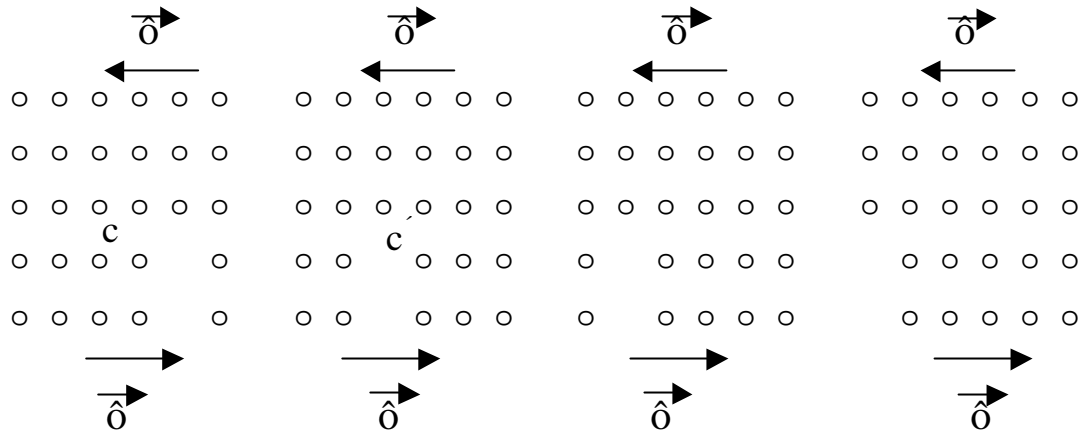
Esta tensión cortante baja, es debido al desplazamiento de las dislocaciones que ya existen en el cristal. Las dislocaciones surgen en los cristales en el proceso de obtención de estos, al solidificarse la masa fundida.

Obtener un cristal que no contenga dislocaciones es muy difícil. La densidad de dislocaciones, es el número de línea de dislocaciones que cortan una superficie unidad.

En los cristales perfectos de silicio y germanio la densidad es desde 10^2 ó 10^3cm^{-2} .

MOVIMIENTO DE LAS DISLOCACIONES

Según [16], se muestra esquemáticamente en la Fig.9, la manera como se mueve la dislocación de borde bajo el esfuerzo de corte aplicado. La dislocación de borde positiva se mueve a la izquierda cuando la mitad superior de la red se cizalla a la izquierda. Como resultado del esfuerzo aplicado, el átomo puede moverse a la posición marcada c' . Entonces la dislocación se moverá una distancia atómica a la izquierda. Cada paso en el movimiento de la dislocación como se ve en la figura, requiere sólo una ligera redistribución de los átomos en la vecindad del plano extra. Como resultado, una fuerza muy pequeña moverá una dislocación.



**Fig.9 Dislocación de borde positiva con esfuerzo
a la izquierda se mueve a la izquierda.**

La dislocación de borde negativa bajo la acción de esfuerzo a la izquierda se mueve a la derecha.

El movimiento de la dislocación por deslizamiento se realiza a expensas de una pequeña reestructuración de los átomos en las proximidades de la línea de dislocación.

El deslizamiento no va acompañado del transporte de masa y se efectúa bajo la acción de pequeñas tensiones tangenciales τ . El calculo muestra que para desplazar una dislocación se requiere la tensión tangencial.

$$t = \left(\frac{2G}{1-\nu} \right) \exp(-2\pi \frac{b}{a} (1-\nu)) \quad (2.4.4)$$

Donde : a ,b son parámetros de red

Aquí, ν es el coeficiente de Poisson; que $\nu = 0.3$ y $a = b$, encontramos $\sigma = 3 \times 10^{-4} G$. El valor obtenido coincide, en orden de magnitud, con la tensión crítica a la cual comienza la deformación plástica de los cristales

reales. Este hecho demuestra que la deformación plástica de los cristales está relacionado con el movimiento de las dislocaciones.

TENSIONES LIGADAS CON LA DISLOCACIÓN

ENERGIA DE DISLOCACIÓN

Según [2], la dislocación helicoidal es obtenido como resultado de la deformación de un tubo cilíndrico cortado de un cristal, fig 10.

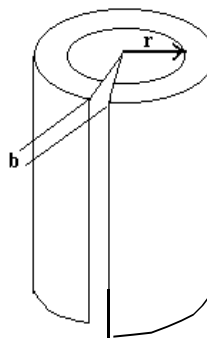


Fig.10 Dislocación helicoidal

En el tubo se produce una deformación elástica, que al recorrer un contorno de longitud $2\pi r$, el desplazamiento total es b . La deformación elástica media es $b/2\pi r$.

Al aplicar la ley de Hooke hallamos la tensión media:

$$\hat{\sigma} = Gb/2\pi r \quad (2.4.5)$$

Aquí vemos que cuando $r \rightarrow 0$, la tensión tiende al infinito en el centro de la dislocación no se cumple la ley de Hooke. Luego para determinar el campo de tensiones hay que utilizar el modelo atómico discreto. La región

alrededor de una línea de dislocación, en la cual es inaplicable la teoría de la elasticidad lineal.

Asumiendo que el cristal se comporta como un cuerpo elástico calculamos la energía de dislocación. De la Fig.10, vemos la energía de dislocación E_d es igual al trabajo que realiza estas fuerzas para obtener el desplazamiento b , es decir:

$$E_d = \int \vec{F} \cdot \vec{b} ds \quad (2.4.6)$$

F es la fuerza media referida a la unidad de área
La integral se extiende a toda la superficie del corte. Integrando la fuerza de valor medio obtenemos

$$E_d = \frac{Gb^2L}{4\mu} \ln \frac{R}{r_o} \quad (2.4.7)$$

Donde:

L es la longitud de dislocación

r_o radio del núcleo de dislocación

En los cristales reales la densidad de dislocación es suficientemente grande. Si tomamos $b=0.25\text{nm}$ $G=10^{11}\text{Pa}$, entonces E_d correspondiente a un metro de longitud de dislocación es igual a $4 \times 10^{-9}\text{J}$. Cálculos más complicados de la energía de dislocación de borde conducen a la expresión siguiente:

$$E_d = \frac{Gb^2L}{4\mu(1-\nu)} \ln \frac{R}{r_o} \quad (2.4.8)$$

La energía de una dislocación, es proporcional a b^2 . La cantidad de dislocaciones no dependen de la temperatura. La densidad de las dislocaciones en los cristales depende principalmente de su historia anterior,

es decir, del método de crecimiento, tratamiento mecánico, etc.

INTERACCION DE LAS DISLOCACIONES CON LOS DEFECTOS PUNTUALES

Según [2], en todo los cristales reales hay a la vez dislocaciones y defectos puntuales. Entre ellos existe cierta interacción:

- Un átomo intersticial es centro de repulsión y produce en la red tensión de compresión.
- Un hueco es generalmente centro de atracción.

Los átomos intersticiales y huecos son atraídos por la dislocación. Un resultado de la interacción entre defectos puntuales y la dislocación es su aniquilación en estas. En la mayoría de los sólidos existe la interacción eléctrica entre la dislocación y los defectos puntuales.

PLANOS DE DESLIZAMIENTO Y DIRECCIÓN DE DESLIZAMIENTO

Según [16], en el cristal metálico el deslizamiento o corrimiento ocurre sobre los planos o direcciones de elevada densidad atómica.

En la Fig.11, mostramos la dirección compacta y no compacta, mn dirección compacta, qr dirección no compacta.

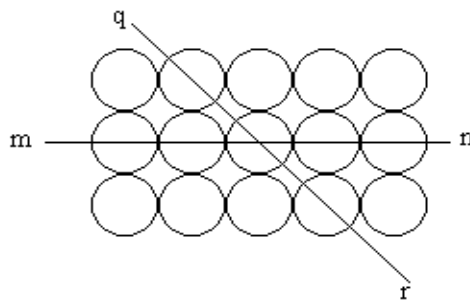


Fig.11. Dos sentidos en los cuales puede ser cortada una red cúbica simple

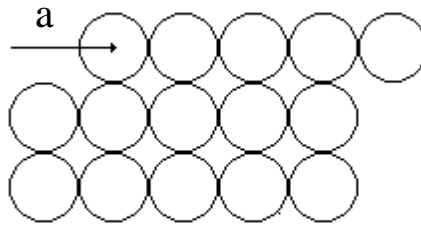


Fig.12. Corte en dirección compacta

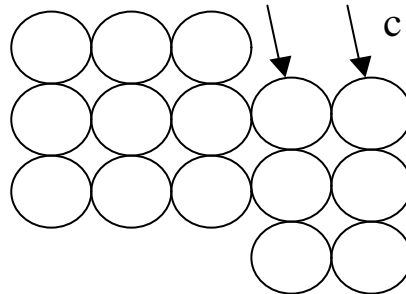


Fig.13. Corte en dirección no compacta

Como la energía de formación de dislocación está asociado con el vector de Burgers como b^2 , también sabemos $c = 1.141a$. Entonces la dirección compacta poseería menor energía de todas las dislocaciones.

SISTEMA DE DESLIZAMIENTO

Según [16], la combinación de un plano de deslizamiento y una de sus direcciones compactas define un sistema de deslizamiento

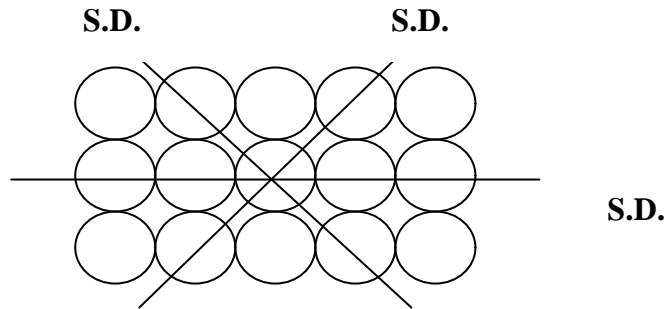


Fig.14. Sistema de deslizamiento
Sistemas de deslizamiento en diferentes formas cristalinas:

Forma cristalina	Dirección de deslizamiento	Plano de deslizamiento
Fcc	$\langle 110 \rangle$	$\{111\}$
Bcc	$\langle 111 \rangle$	$\{110\}$
Hcp	$\langle 1120 \rangle$	$\{0001\}$

2.5 PROPIEDADES MECANICAS DE LOS METALES

Según [2], las propiedades mecánicas están determinados, por la fuerza de enlace que actúan entre los átomos y moléculas que constituyen el sólido. Las propiedades mecánicas del sólido reflejan su reacción a la influencia que ejercen ciertos factores externos, estos factores son:

- Mecánicas: compresión, flexión, tracción, etc.
- Térmicas
- Eléctricas

La ciencia y la técnica moderna plantean continuamente la necesidad de elevar las exigencias a las propiedades mecánicas del sólido. Por ejemplo, la utilización de los metales en todas las ramas de la ingeniería se debe a que estos poseen todo un conjunto de propiedades mecánicas: alta resistencia, dureza, elasticidad, ductilidad y tenacidad. En la actualidad se han encontrado aleaciones metálicas que soportan fríos intensos y temperaturas muy altas, con buena resistencia mecánica. Estas propiedades se obtienen con un enfoque científico utilizando métodos de investigación, estructurales: rayos X, electronográfico, microscopia electrónica, etc.

Se esclareció que la mayoría de las propiedades de los sólidos dependen de su estructura atómica.

TENSIÓN MECÁNICA

Según [2] ,si un cuerpo está sometido a la acción de las fuerzas exteriores en cada uno de sus puntos surgen tensiones mecánicas. Si en este cuerpo eligen un elemento de volumen sobre él actúan dos tipos de fuerzas:

- Fuerzas de volumen (gravedad)
- Fuerzas que actúan sobre la superficie del elemento, ejercidos por los elementos que lo rodean.

En equilibrio estático se cumple que:

$$F = \int \sigma ds \quad (2.5.1)$$

Donde:

F es la fuerza exterior

σ es la tensión normal al plano de la sección, uniforme en todos los puntos.

ds es la unidad de área.

TEORIA CLÁSICA DE LA ELASTICIDAD

En el cuerpo elegimos un punto O cualquiera dentro de él, construimos un cubo infinitesimal como se muestra en la Fig.15.

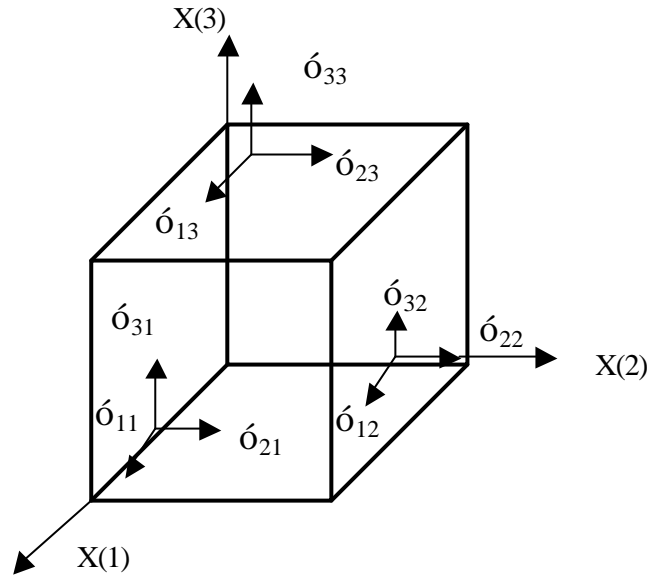


Fig.15. Tensiones que actúan sobre las paredes del cubo elemental.

Definamos \mathbf{s}_{ij} la componente de la tensión que actúan en la dirección i sobre la cara perpendicular al eje j . Así el estado de tensión de un punto se caracteriza por nueve magnitudes \mathbf{s}_{ij} componentes de tensor de segundo orden. Dicho tensor es:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_{11} & \mathbf{s}_{12} & \mathbf{s}_{13} \\ \mathbf{s}_{21} & \mathbf{s}_{22} & \mathbf{s}_{23} \\ \mathbf{s}_{31} & \mathbf{s}_{32} & \mathbf{s}_{33} \end{bmatrix}$$

El estado de tensión que se produce en el sólido influyen sobre los procesos de deformación y rotura:

- Tensiones tangenciales favorecen al desarrollo de la deformación plástica
- Tensiones normales favorecen a la rotura de los enlaces interatómicos, la rotura frágil del sólido.

DEFORMACIÓN.- Se llama deformación al cambio de volumen o de la forma del sólido, bajo la acción de las fuerzas exteriores, sin que varíe su masa. Los tipos de deformación más simples son de tracción, compresión, cizalladura, etc.

La deformación elemental por tracción uniáxial de una probeta cilíndrica es el alargamiento. Cuando a una probeta se le aplica una fuerza de tracción, su longitud aumenta y su diámetro disminuye.

DEFORMACIÓN RELATIVA O CONVENCIONAL.

Está dada por la expresión:

$$\varepsilon = (l_f - l_0) / l_0 \quad (2.5.3)$$

Donde:

l_0 es la longitud antes de la tracción

l_f es la longitud después de la tracción

DEFORMACIÓN VERDADERA

$$e = (l_1 - l_0) / l_0 + (l_2 - l_1) / l_1 + \dots (l_f - l_{f-1}) / l_{f-1} \quad (2.5.4)$$

Si disminuimos los segmentos para los cuales se calcula el alargamiento, en el límite el alargamiento verdadero será:

$$e = \int_{l_0}^{l_f} \frac{dl}{l} = \ln \left(\frac{l_f}{l_0} \right) \quad (2.5.5)$$

Las deformaciones convencionales y verdaderas están relacionados por:

$$e = \ln(1 + \varepsilon) \quad (2.5.6)$$

DEFORMACIÓN DE CORTADURA

Se llama deformación relativa de cortadura a la tangente del ángulo de distorsión. Fig.16.

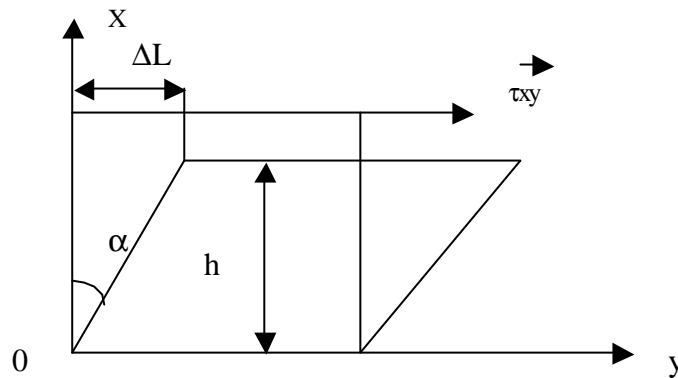


Fig.16. deformación por esfuerzo cortante puro.

Para definir matemáticamente el estado deformado en un punto elegido, es necesario determinar, para cualquier dirección que parte del punto, la variación sufrida como resultado de la deformación, la distancia entre los puntos próximos y el ángulo entre dos direcciones cualquiera.

DEFORMACIÓN VOLUMÉTRICA

Según [2], elegimos tres ejes coordenadas ortogonales x, y, z con origen en el punto O. Fig.17. Supongamos que el punto "o" permanece en su sitio después de la deformación y todos los demás puntos del cuerpo cambian de posición.

Definamos la posición del punto $A(x,y,z)$ antes de la deformación por el radio vector \mathbf{r} . Después de la deformación el punto $A(x,y,z)$ se desplazará a la posición $A'(x',y',z')$, definido por el radio vector \mathbf{r}' . Al vector $\mathbf{AA'} = \mathbf{r}' - \mathbf{r} = \mathbf{U}(u,v,w)$ lo llamaremos vector de deslizamiento; u,v,w son componentes de dicho vector que siguen los ejes x,y,z . Determinemos la deformación de los segmentos x,y,z , en la dirección de eje x la deformación es $\Delta u/\Delta x$, análogamente en las direcciones y, z . Como las componentes del vector u,v,w son funciones lineales de las coordenadas.

$$\Delta u = \frac{\partial u}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial u}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial u}{\partial z} \Delta z = e_{11} \Delta x + e_{12} \Delta y + e_{13} \Delta z \quad (2.5.7)$$

$$\Delta v = \frac{\partial v}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial v}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial v}{\partial z} \Delta z = e_{21} \Delta x + e_{22} \Delta y + e_{23} \Delta z \quad (2.5.8)$$

$$\Delta w = \frac{\partial w}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial w}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial w}{\partial z} \Delta z = e_{31} \Delta x + e_{32} \Delta y + e_{33} \Delta z \quad (2.5.9)$$

Nueve magnitudes e_{ij} determinan un tensor de segundo orden, el tensor de la deformación. Para explicar el sentido físico de la componente e_{ij} consideramos un caso particular, Sea $y = z = 0$, entonces:

$$\Delta u = \frac{\partial u}{\partial x} \Delta x = e_{11} \Delta x \quad (2.5.10)$$

$$\Delta v = \frac{\partial v}{\partial x} \Delta x = e_{21} \Delta x \quad (2.5.11)$$

$$\Delta w = \frac{\partial w}{\partial x} \Delta x = e_{31} \Delta x \quad (2.5.12)$$

No es difícil ver que $e_{11} = u/x = u/\Delta x$ es el alargamiento por tracción del segmento Δx proyectado sobre el eje x .

Los componentes $e_{21} = v/x$ y $e_{31} = w/x$. Determinan el giro del elemento lineal paralelo al eje z , en el sentido contrario al de las agujas del reloj.

Y en el segundo alrededor del eje z contrario al de las agujas del reloj.

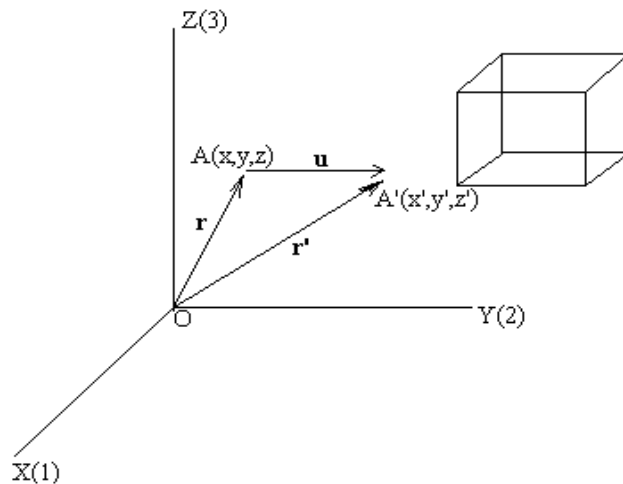


Fig17 Ejes de coordenadas para describir estado de deformación

LEY DE HOOKE PARA LOS SÓLIDOS ISÓTROPOS

Según [2], las propiedades mecánicas de los sólidos se representa del modo más completo en los diagramas de tensión-deformación. Este diagrama representa la

dependencia entre las tensiones mecánicas σ , que surgen en el sólido al someterlos a la acción de fuerzas exteriores, y las deformaciones ϵ . Las magnitudes σ , ϵ son específicas. En la Fig.18, vemos que cuando las tensiones son pequeñas hay una dependencia lineal de la deformación respecto a la tensión trozo OA. Otra particularidad del tramo OA es que, después de quitar la carga, la forma y dimensiones de la probeta se restablece, es decir, la deformación es reversible. Este tramo también se llama campo de deformación elástica (para los sólidos $\epsilon \leq \epsilon_{1\%}$).

La tensión correspondiente al punto A se llama límite de elasticidad σ_e . Luego la curva pasa al campo plástico, la magnitud σ_f corresponde al límite de fluencia, tensión mínima con la cual la deformación sigue creciendo sin que aumente la carga. El punto C de la curva $\sigma=f(\epsilon)$ corresponde a la tensión de rotura σ_r o límite de resistencia. Al llegar a este punto la probeta se rompe.

Hooke estableció que cuando un cuerpo isótropo se somete a la tracción, la deformación es proporcional a la tensión aplicada:

$$\epsilon = S\sigma \quad (2.5.13)$$

Aquí $\epsilon = \Delta l / l$ es la deformación longitudinal por tracción; l , es la longitud primitiva de la probeta; Δl , el incremento longitudinal como resultado de la deformación; s , es la constante de docilidad

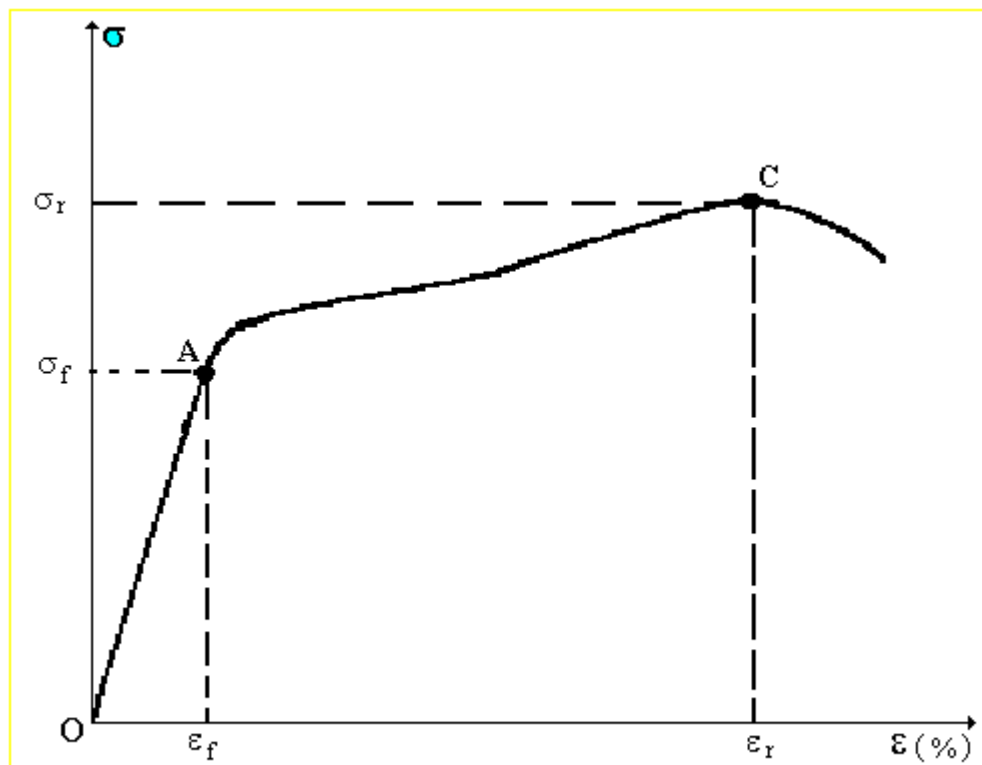


Fig18 Deformación en función de la tensión

PROPIEDADES PLASTICAS DE LOS SÓLIDOS CRISTALINOS

Según [18], la deformación plástica es el resultado del movimiento irreversible de las dislocaciones colectivas de los átomos. En los cristales, estos desplazamientos de átomos transcurren por medio del movimiento de las dislocaciones, lo que es el mecanismo de la deformación plástica. El movimiento de las dislocaciones provoca la deformación macroplástica de la muestra lo que se manifiesta mediante deslizamientos o maclados.

Deformación plástica por deslizamiento a bajas temperaturas de los metales, es el resultado del recorrido de la dislocación a través del cristal. En los metales y aleaciones reales, antes de iniciarse las

deformaciones, existen muchas dislocaciones. Bajo la acción de tensiones aplicadas comienzan a actuar distintas fuentes que engendran nuevas dislocaciones. Las dislocaciones en movimiento salen a la superficie de la muestra. Por análisis microscópico de la superficie pulida de las muestras, en la cual como resultado de la deformación aparecen líneas y fajas de deslizamiento. Después de una considerable deformación es posible visualizar bajo microscopio corriente.

En la deformación plástica por deslizamiento, una parte del cristal se traslada en una dirección determinada respecto a la otra parte a lo largo de un plano cristalográfico determinado como se muestra en la Fig. 19.

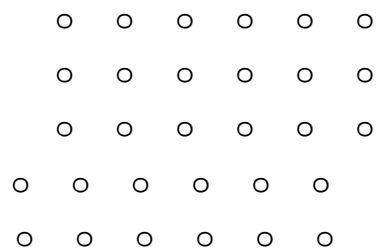


Fig.19. Deformación plástica por deslizamiento

INFLUENCIA DE DISTINTOS FACTORES EN LA DEFORMACIÓN PLÁSTICA POR DESLIZAMIENTO DE LOS METALES

- Según [18], la influencia que ejerce la energía del defecto de empaquetamiento. Cuando aumenta este tipo de energía, dificulta la desintegración de las dislocaciones y disminuye la amplitud de la banda del defecto entre las dislocaciones parciales. Esto a su vez aligera el deslizamiento transversal de las dislocaciones en espiral. Mientras mayor es esta energía mas temprano empieza el deslizamiento transversal.

- Influencia del esquema del estado tenso, es decir, el cambio de un esquema de un estado tenso hace variar la textura de deformación. Por ejemplo en la torsión (estado tenso plano de distinto signo) del metal con red CCC su textura corresponde ya a dos direcciones $\langle 111 \rangle$ y $\langle 110 \rangle$
- Influencia de la temperatura de prueba. En la región de bajas temperaturas la deformación plástica no varia. Con el aumento de la temperatura disminuyen los esfuerzos necesarios para que las fuentes de dislocación comiencen a funcionar. A la temperatura de $0.2 - 0.25T$ (T temperatura de fusión) la recuperación térmica alcanza a desarrollar casi por completo, variando así la deformación plástica.
- Influencia de la velocidad de deformación. El aumento de la velocidad de deformación influye en el cuadro general de la fluencia plástica.

Deformación plástica por maclaje, se produce en aquellos casos cuando el deslizamiento se ve dificultado por uno u otro motivo. Esto puede apreciarse a bajas temperaturas y altas velocidades sobre todo en metales con redes S.C y C.C.C. en los metales F.C.C la deformación por maclaje es poco probable. La Fig.20 muestra el esquema macroalargamiento de una muestra.

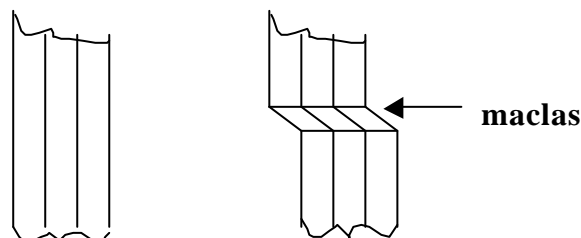


Fig.20. Deformación plástica por maclaje

El proceso de deslizamiento es anisotrópico, es decir, desplazamiento de las capas atómicas en el cristal se produce no en direcciones de la fuerza que actúa, sino por los planos cristalográficos y direcciones determinadas por la geometría de la estructura. Los planos de deslizamiento tienen, por lo general, la mayor densidad de empaquetamiento de los átomos. Estos planos son pequeños índices cristalográficos de Miller (hkl). Teniendo en cuenta el carácter no dirigido de las fuerzas de enlace, esto explica la gran plasticidad de los metales con la red cúbica de cara centrada, tales como el Al, Cu, Ni y otros.

Se ha establecido que las tensiones normales no influyen en la fluencia plástica de los cristales. Por lo tanto, la deformación plástica se produce bajo la acción de las tensiones tangenciales.

La tensión correspondiente al límite de fluencia varía mucho en dependencia de la orientación del cristal, sin embargo, cada material dado tiene tensión de corte constante, que generalmente se encuentra entre los límites de $(10^{-5} \dots 10^{-4})G$. La deformación plástica comienza cuando la tensión cortante τ supera cierto valor crítico característico del material dado. Por ejemplo,

Para el cobre:

Plano de deslizamiento	{111}
Dirección de deslizamiento	<110>
Tensión crítica	igual a $0.49 \times 10^6 \text{ Pa}$

Para el aluminio:

Plano de deslizamiento {111}
Dirección de deslizamiento <110>
Tensión crítica igual a 0.78Pa

El valor teórico para el cobre 2.5×10^9 Pa

El hecho de la gran divergencia entre los valores teóricos y experimentales de las tensiones críticas de corte se debe a la circunstancia de que en los cristales reales siempre hay dislocación que se desplaza fácilmente y cuyo movimiento condiciona el deslizamiento con valores muy bajos de las cargas aplicadas.

ROTURA FRÁGIL

Según [26] ,la rotura frágil se produce después de una pequeña deformación plástica o sin ella. Esta rotura se observa en los no metales y en muchos a temperaturas muy bajas a excepción de los metales FCC.

La rotura frágil, debe producirse por desgarramiento instantáneo de los enlaces interatómicos. La tensión mínima de tracción, necesaria para la expansión de la grieta como frágil es:

$$\sigma = (2E\gamma/\pi c)^{1/2} \quad (2.5.14)$$

Donde:

E es el módulo de Young
 γ es la energía superficial de las paredes de la grieta, referida a la unidad de superficie.
c es la mitad de la longitud de una grieta.

Sin embargo, la teoría de Griffith en su forma inicial no es aplicable a los metales, porque en los metales es poco probable excluir totalmente la fluencia plástica. Como demostró W. Orován, la energía de deformación plástica debe tenerse en cuenta en las relaciones obtenidas por Griffith. Luego en la fórmula de tensión necesaria para que se rompa la muestra que contiene una grieta debe ser introducida la energía de la deformación plástica, obteniéndose la fórmula de la siguiente forma:

$$\sigma = 2((\gamma_p + \gamma_s)E/\pi L)^{1/2} \quad (2.5.15)$$

donde:

γ_p energía de deformación plástica

γ_s energía superficial específica de las paredes de la grieta, referida a una unidad de superficie.

L longitud de la grieta

En la mayoría de los casos la comprobación experimental ha confirmado que esta fórmula es correcta.

2.6. USO DE LAS ALEACIONES DE COBRE - ALUMINIO

Según [19],[20], el uso más extendido de Cobre se da en la industria eléctrica. Su ductilidad permite transformarlo en cables de cualquier diámetro a partir de 0,025mm.

Por su resistencia a la tracción del alambre de cobre estirado es de unos 420MN/m². puede usarse tanto en cables y líneas de alta tensión.

Los bronce de aluminio, con 5 y 8% de aluminio, son aplicables por su alta resistencia mecánica y su buena resistividad a la corrosión por su color dorado, y sus cualidades de antifricción, porcentaje de alargamiento y resistencia a la tracción (semejante al acero).

Estas aleaciones son relativamente modernas se caracteriza por soportar regímenes de trabajo a altas temperaturas y en medios corrosivos. Por su excelentes propiedades tienen amplia gama de aplicaciones: cuerpo de bombas, impulsores y turbinas hidráulicas, hélices y bulonería para barcos, coronas, sinfines, engranajes, buges y pernos para mecánica pesada, matriceria para vidrio, embutidos de chapa, herramientas antichispa, guías de válvula, pernos y bielas para motores diésel. Además, se utiliza en engranajes, válvulas y bombas con uso continuo en agua del mar y también en condensadores y cambiadores de calor.

2.7. CONDUCTIVIDAD ELECTRICA DE LOS METALES

Según [2], en 1926, Fermi, y por otro lado independientemente Dirac, hallaron matemáticamente la forma de la función de distribución f de los electrones según la energía; la cual describe bien el comportamiento de los electrones, en temperaturas altas y bajas, esta función de Fermi-Dirac, tiene la forma:

$$f = \frac{1}{e^{(E-E_f)/k_B T} + 1} \quad (2.7.1)$$

Donde:

f función de distribución de Fermi-Dirac, que nos da la probabilidad que un orbital de energía E esta

ocupado. Cuando el sistema de gas electrónico está en equilibrio térmico.

E_f Energía de Fermi, es el nivel de energía que separa los niveles totalmente ocupados de los no ocupados.

T Temperatura

Esta función de distribución describe perfectamente el gas electrónico teniendo en cuenta el principio de exclusión de Pauli, según el cual en estados con una misma energía puede encontrarse nomás de dos electrones, con los espines dirigidos en sentidos opuestos, es decir, sólo dos electrones, pueden tener la misma energía y dirección de movimiento.

Analizando la función de distribución de Fermi-Dirac encontramos:

$$f = 1 \quad \text{para } E \leq E_f$$

$$f = 0 \quad \text{para } E > E_f$$

A temperaturas altas $k_B T \geq E_f$ y las energías son altas, la función de distribución de Fermi-Dirac se convierte a la función de distribución clásica de Maxwell-Boltzmann, que toma la forma de:

$$f = a e^{-\frac{E}{k_B T}} \quad (2.7.2)$$

Los electrones se comportan en este caso como partículas clásicas de un gas perfecto, de esta forma en esta región la degeneración del gas electrónico se elimina completamente. La eliminación se produce en la temperatura $T_f = E_f / k_B = 5 \times 10^4 \text{K}$.

La energía térmica en un metal lo perciben no todos los electrones libres, como ocurre en un gas perfecto ordinario, sino, sólo aquellos cuyas energías se encuentran en el intervalo de $k_B T$ próximo a la energía de Fermi.

GAS DE FERMI DE LOS ELECTRONES LIBRES

De acuerdo a [21], [22], este modelo considera a los electrones más débilmente ligados a los átomos respectivos, y que se mueven libremente por todo el volumen del metal, se pueden considerar los electrones como si fueran partículas libres en el espacio vacío.

Esta consideración permite simplificar el cálculo de la resistividad eléctrica. El valor máximo de la velocidad (V_{max}), correspondiente a la energía del nivel de Fermi, cuando E_F es igual a 4eV, es alrededor de 1.2×10^6 m/s, la cual es una velocidad muy alta. Esto permite asemejar a los átomos de un gas perfecto ordinario en que los átomos se mueven libremente con alta energía térmica, pero para los electrones los efectos de agitación térmica son muy secundarios.

Otro efecto importante es que los electrones no "chocan" con los átomos solamente cuando la malla es perfectamente regular, si hay alguna irregularidad, se puede dispersar el electrón en movimiento y por lo tanto alterar su dirección.

Los electrones de valencia de los átomos, son los conductores de la electricidad en el metal. En la aproximación de electrones libre, no se tiene en cuenta la interacción entre electrones de conducción, ni los

electrones con los núcleos iónicos y todos los cálculos se realizan como si los electrones de conducción se pudieran mover indistintamente por todo el material. La energía total es puramente cinética, ya que la energía potencial se desprecia.

En los metales simples, como el aluminio que nos interesa, los electrones en los niveles d tienden a estar más localizados y ser menos móviles que los niveles s, p.

Aporte cuántico al desarrollo del modelo de electrones libres:

- Un electrón de conducción no es desviado por los núcleos iónicos dispuestos en la red cristalina, porque las ondas de la materia se propagan libremente en una estructura periódica.
- Un electrón de conducción es poco frecuente que sea dispersado por los otros electrones de conducción. Esto se explica como una consecuencia del principio de exclusión de Pauli.

TEORÍA CUÁNTICA DEL ELECTRON LIBRE

Según [21], [23], la ecuación de schrodinger para un electrón libre moviéndose en una estructura metálica, tridimensional es :

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\Psi_k(r) = \epsilon_k \Psi_k(r) \quad (2.7.3)$$

Los niveles de energía correspondiente será:

$$\epsilon_k = \frac{\hbar^2}{2m}(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) \quad (2.7.4)$$

¿Cuáles son los niveles ocupados por los electrones?

Los electrones ocupan los estados de energía inferior a razón de dos por estado. Los estados cuánticos por debajo de un cierto valor límite ϵ_{\max} están ocupados y por encima de aquel límite, vacíos, el valor ϵ_{\max} depende de cuantos electrones existan.

El módulo del vector de onda está relacionado con la longitud de onda por $k = 2\pi/\lambda$.

La velocidad de la partícula en el orbital k de forma esférica viene dada por $\vec{v} = \frac{\hbar}{m} \vec{k}$.

La energía de la superficie de esta esfera es la energía de Fermi y los vectores de onda en la superficie de Fermi tiene módulo k_f :

$$\epsilon_f = \frac{\hbar^2 k_f^2}{2m} \quad (2.7.5)$$

El número total de electrones es:

$$N = \frac{V}{3\pi^2} k_f^3 \quad (2.7.6)$$

Depende solamente de la concentración de partículas y no sus masas.

$$\epsilon_f = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{3\pi^2 N}{V} \right)^{2/3} \quad (2.7.7)$$

Momentum de Fermi: $\vec{p}_f = \hbar \vec{k}_f$

Superficie de Fermi, es la superficie que separa los niveles ocupados de los no ocupados por los electrones.

TEORIA DE SOMMERFIELD DE CONDUCCION DE METALES

Según [24], Sommerfeld conservando los postulados iniciales fundamentales de la teoría de Drude, traslado a ella los métodos de la nueva estadística cuántica de Fermi-Dirac, indicando que para los electrones, que subordinan al principio de exclusión de Pauli. La distribución de Maxwell-Boltzman debe ser sustituido por la distribución de Fermi-Dirac.

Utilizando la nueva estadística cuántica, Sommerfeld obtuvo la formula para la conductibilidad:

$$s = \frac{2e^2 l e}{3 \hbar} (3n/4p)^{2/3} \quad (2.7.8)$$

El uso de la estadística de Fermi-Dirac, afecta las predicciones de Drude que requieren algún conocimiento de la distribución de la velocidad del electrón para su evaluación.

DESCRIPCION FENOMENOLOGICA DE LA CONDUCTIVIDAD ELECTRICA

Según [25], en la ausencia de gradiente de temperatura y difusión de portador de corriente la relación entre la densidad de corriente eléctrica \vec{j} en un conductor y el campo eléctrico \vec{E} , se establece por la ley de Ohm: $\vec{j} = \sigma \vec{E}$, σ es el factor de proporcionalidad.

En un metal isotrópico, la dirección de corriente j y el campo eléctrico externo E son colineales y σ es una magnitud escalar.

En un metal anisotrópico, los vectores j y E no son colineales y están relacionados por un tensor simétrico de segundo orden ; la expresión para la ley de Ohm es:

$$j_i = \sigma_{ik} E_k \quad (2.7.9)$$

CONDUCTIVIDAD ELECTRICA Y ESPECTRO DE ENERGIA DE ELECTRONES EN UN METAL

Según [25], la masa efectiva y la naturaleza de movimiento de un grupo de portador de carga son determinados por la forma de la superficie de energía constante y la ley de dispersión:

La superficie de energía constante en el espacio p puede ser de diversas formas y puede ser considerado como una estructura rígida en el cual el portador de carga se concentra.

Cada grupo de portador de carga es caracterizado por su concentración:

$$n_i = \frac{2\Delta_i}{(2\pi\hbar)^3} \quad (2.7.10)$$

Donde:

Δ_i es el volumen limitado por la superficie de energía constante en la banda i .

n = Concentración de portadores de carga

Los portadores de carga representan un gas ideal cuasi-excitado y son difractados por fonones en su

movimiento en un campo eléctrico E . cada grupo de portador es caracterizado por su camino libre medio y está relacionado por el tiempo de relajación.

$$\tau_i = l_i / v_F^i$$

v_F^i es la velocidad de electrones en la superficie de Fermi, en la banda i .

Consideramos un grupo de portadores de corriente en un campo eléctrico externo E , asumimos que su superficie de energía constante difiere fuertemente de un elipsoide. El campo eléctrico \mathbf{E} está dirigido a lo largo del eje principal de la superficie, por ejemplo, a lo largo del eje p_x como vemos en la Fig.21a.

Los electrones en el interior de volumen limitado por la superficie de energía constante no son acelerados por el campo eléctrico, ya que todos los estados están llenos. Sólo los electrones localizados cerca de la superficie de Fermi pueden ser acelerados. Bajo la acción de la fuerza $-eE$, el momento de los electrones varía de acuerdo con la ecuación de movimiento.

$$\Delta P_x = eE_x t_x \quad (2.7.11)$$

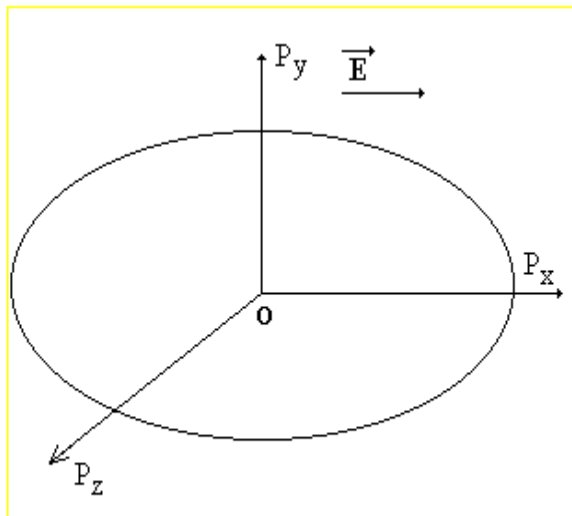


Fig. 21 a

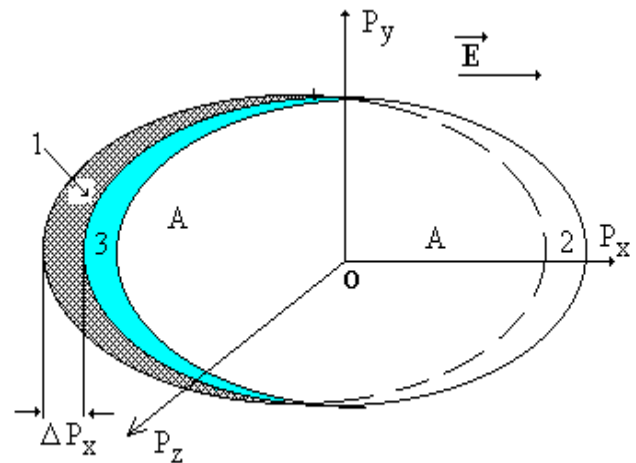


Fig. 21 b

Desde entonces todos los electrones en la superficie de Fermi, en el campo eléctrico externo E adquieren un momento ΔP_x , la superficie de energía constante se desplaza como una estructura rígida en ΔP_x en la dirección opuesta del campo eléctrico E como se ve en la Fig. 21b.

Antes de la aplicación del campo eléctrico E , no hay corriente eléctrica y la distribución de los electrones es relativamente simétrico respecto al origen de coordenadas en el espacio de momentum. Esto significa que para cada electrón con momento $+p$, existe un electrón con momento $-p$.

Como resultado del desplazamiento de la superficie de Fermi, la simetría central de la distribución de electrones es perturbado.

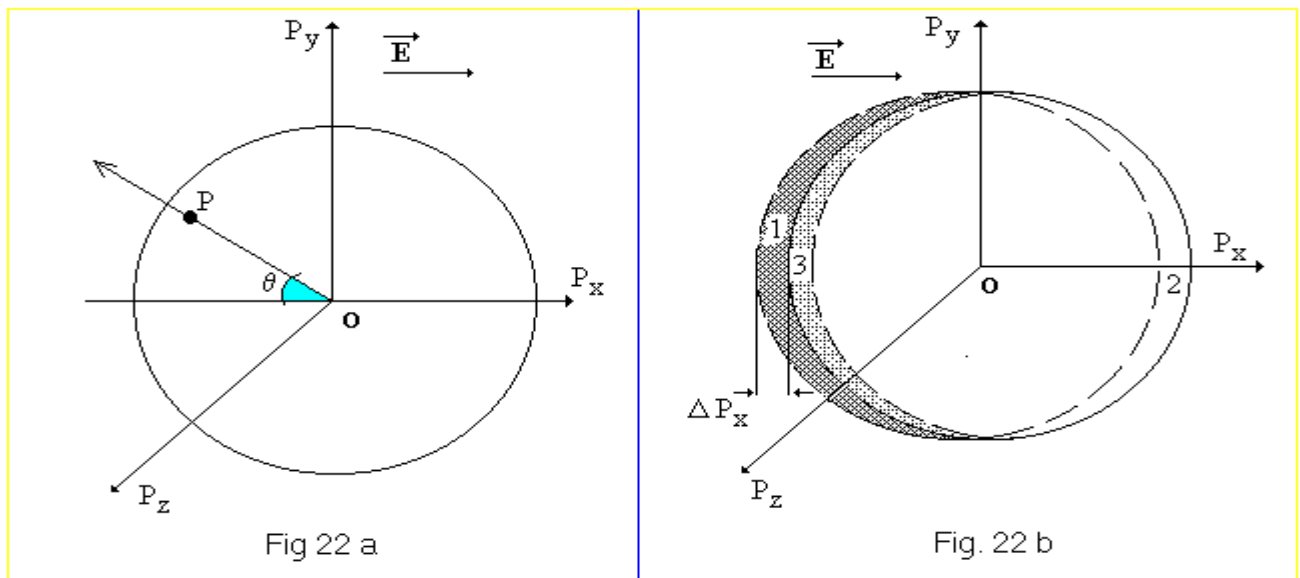
En el volumen 1 de la Fig. 21b, allí aparecen electrones cuyo momento no es compensado en la dirección $-P_x$. Simultáneamente en el volumen 2 desaparece los

electrones cuyo momentum es compensado con el flujo de electrones en el volumen 3.

El desplazamiento ΔP_x es pequeña comparada con el momentum P_f los electrones con momento P_y , P_z son compensados con electrones que tienen momento $-\Delta P_y$, $-\Delta P_z$. En el volumen interno A-A', los electrones no contribuyen a la conductividad eléctrica, por su distribución simétrica en su momento.

DEDUCCION DE LA FORMULA DE CONDUCTIVIDAD ELECTERICA

Por simplicidad consideramos una superficie de energía constante de forma esférica en un campo eléctrico externo E . Introducimos un sistema de coordenadas esféricas de origen en el centro de la esfera como vemos en la Fig.22a.



La cuasi-partícula se caracteriza por su tiempo de relajación τ bajo la acción de campo eléctrico E la superficie se desplaza una distancia $\Delta p_x = eE\tau$ en la dirección del eje polar dado y origina una corriente eléctrica que se determina por una cuasi-partícula 1 y 3 como vemos en la Fig.22b.

Como $\Delta p_x \leq P_F$, la velocidad de cualquier partícula en el volumen entre 1,3 es dirigido a lo largo del radio vector p y prácticamente coincide con la velocidad de Fermi.

La proyección de la velocidad de la partícula en dirección $-E$ es igual en este caso a $V_F \cos \theta$. Por otro lado, el elemento de volumen esférico $dv_p = p^2 \sin \theta dp d\theta d\phi$ contiene $2dv_p / (2\pi)^3$ electrones. La contribución de partículas contenidas en el interior del volumen 1, a la corriente eléctrica es:

$$dj = |e| \frac{2p^2 \sin \theta dp d\theta d\phi}{(2\pi)^3} V_F \cos \theta \quad (2.7.12)$$

Usando los límites de integración

$$0 < \theta < \frac{\pi}{2}, \quad 0 < \phi < 2\pi, \quad p_F < p < p_F + \Delta p \cos \theta$$

realizando cálculos obtenemos:

$$J = \frac{8p_F |e| v_F P_F^2 \Delta p}{3(2\pi)^3} \quad (2.7.13)$$

La cantidad $4\pi p_F^2$ es igual al área (S_F) de la superficie de energía constante de un grupo de portadores

de carga dado, reemplazando Δp por $|e|E \frac{l}{v_f}$ la expresión se

transforma como sigue:

$$J = \frac{2 |e|^2 S_F l}{3 (2\pi\hbar)^3} E \quad (2.7.14)$$

Esta expresión se llama fórmula de LIFSHITS, que es válida para cualquier ley de dispersión dependiente de la energía del electrón, la conductividad eléctrica depende de la superficie de Fermi y de la longitud de recorrido libre medio.

RESISTIVIDAD ELECTRICA EXPERIMENTAL DE LOS METALES

Según [21], la resistividad eléctrica de los metales a la temperatura ambiente (300K), se debe principalmente a los choques, de los electrones de conducción con los fonones de la red. Y a temperatura de helio líquido (4K), a los choques con impurezas y las imperfecciones mecánicas de la red.

La resistividad de un metal que contiene impurezas se expresa por $\rho = \rho_L + \rho_i$, donde ρ_L es la resistividad debida a los movimientos térmicos de la red, ρ_i es debido a la dispersión de las ondas electrónicas por los átomos de impurezas, los cuales distorsionan la periodicidad de la red.

Si la concentración de impurezas es pequeña ρ_i es independiente de la temperatura, este hecho se conoce como regla de Matthiessen.

La resistividad residual es el valor que se obtiene extrapolando hasta 0K y es equivalente a ρ_i ya que ρ_L se anula cuando $T \rightarrow 0$ la resistividad residual difiere de una muestra a otra, sin embargo, la resistividad ocasionada por las excitaciones térmicas es independiente de la muestra.

TRATAMIENTO TEORICO DEL PROBLEMA DE CAMBIO DE RESISTIVIDAD ELECTRICA POR DEFORMACION PLASTICA

ANTECEDENTES:

En la revista de física (Physical review), se encontró los siguientes trabajos [4], [5], [6], [7], [8], [9], [10]. En dichos trabajos, la variación de la resistividad eléctrica de metales deformados, se calcula asumiendo que estos tienen gran número de dislocaciones.

En sus cálculos teóricos el incremento de la resistividad se hace utilizando los siguientes conceptos de la física del estado sólido.

En la teoría de la conducción metálica, los electrones de conducción se consideran como libres, y poseen energía.

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad (2.8.1)$$

Donde: m es la masa efectiva

MASA EFECTIVA.- La masa efectiva refleja la influencia del potencial periódico de la red sobre el movimiento del electrón, bajo la acción de la fuerza exterior. La masa efectiva no determina las propiedades inerciales ni gravitacionales, mide la interacción del electrón con la red cristalina. En general la masa efectiva es una magnitud anisótropa y para diferentes direcciones del vector de onda k es, distinta y se expresa como un tensor de segundo orden.

ECUACION DE BOLTZMAN

Según [26], la ecuación de Boltzmann, expresa que en cualquier punto y para cualquier valor de k la razón de cambio de $f_k(r)$ es cero.

$$\frac{\partial f_K}{\partial t}]_{scatt} + \frac{\partial f_K}{\partial t}]_{field} + \frac{\partial f_K}{\partial t}]_{diff} = 0 \quad (2.8.2)$$

$f_k(r)$, es la concentración del portador en estado k alrededor de r en el espacio de fase, puede cambiar con el tiempo, por tres tipos de efectos.

I. Teniendo en cuenta el teorema de LLOUVILLE, la invariancia del volumen ocupado en el espacio de fase, es decir, el número de portadores alrededor del punto r en el tiempo t es igual al número de ellos alrededor de $r - tv_k$ en el tiempo 0. esto significa que la razón de cambio de la difusión es:

$$\frac{\partial f_K}{\partial t}]_{diff} = -V_k \frac{\partial f_K}{\partial r} = -V_k \cdot \nabla f_K \quad (2.8.3)$$

II. La razón de cambio de la distribución debido al campo externo E es:

$$\frac{\partial f_K}{\partial t}]_{field} = -\frac{e}{\hbar} \left(\vec{E} + \frac{1}{c} \vec{v}_K \times \vec{H} \right) \cdot \frac{\partial f_K}{\partial \vec{K}} \quad (2.8.4)$$

III. El efecto de dispersión es más complicado. Consideramos que sólo existe dispersión elástica. La razón de cambio de f_K es:

$$\frac{\partial f_K}{\partial t}]_{scatt} = \{f_{K'}(1-f_K) - f_K(1-f_{K'})\} Q(k, k') dk' \quad (2.8.5)$$

El proceso de dispersión desde k hacia k'. La probabilidad en este proceso depende de f_K :

$Q(k, k')$ es la probabilidad de transición del estado k al estado k'.

POTENCIAL DE PERTURBACIÓN

Según [4], El potencial en el cual los electrones de valencia se mueven en un cristal perfecto es de la forma $v(r) = v_j(r-a_j)$

Y el potencial de un ión singular:

$$v_j(r-a_j) = -Ze^2 \exp(-q|r-a_j|)/|r-a_j| \quad (2.8.6)$$

Donde: Ze es la carga de un ión; q, es la constante de apantallamiento. De acuerdo a Mott el valor de q para el cobre está entre 1.8×10^8 y $3.3 \times 10^8 \text{ cm}^{-1}$.

Si todos los iones experimentan desplazamiento, entonces la desviación del potencial resultante que ocurre en un cristal perfecto es aproximadamente:

$$\Delta V(r) = -\sum_j u_j \cdot \text{grad } V_j(r-a_j) \quad (2.8.9)$$

Donde: u_j es el desplazamiento del ión j .

Este potencial se usa como perturbación, asociado con el elemento de matriz para producir la dispersión por dislocación.

$$V(KK') = -\frac{1}{V} \int \exp(-ik' \cdot r) \left(\sum_j U_j \cdot \text{grad } V_j(r-a_j) \right) \exp(ik \cdot r) dv \quad (2.8.10)$$

LA RESISTIVIDAD ELECTRICA POR DISLOCACIÓN

Según [5], aplicando la regla de Matthiessen, la resistividad eléctrica del metal es la suma de la resistividad debido a la vibración térmica y la resistividad debido a la dislocación.

Según la regla de Matthiessen, la resistividad eléctrica medida a lo largo de un eje principal cualquiera por ejemplo, el eje X es:

$$\frac{1}{\sigma_{11}} = \frac{1}{\sigma_i} + \frac{1}{\sigma_l} \quad (2.8.11)$$

Donde: σ_i es la conductividad causada por la dispersión térmica expresado en la forma:

$$\sigma_i = \frac{ne^2 \tau}{m} \quad (2.8.12)$$

$$\mathbf{s}_1 = \frac{1}{\mathbf{r}_1}$$

(resistividad eléctrica debido a la dislocación en la dirección X)

Siguiendo el desarrollo dado en [18], encontramos que:

$$\mathbf{r}_1 = \frac{Z^2 e^2 m^2 N I^2}{24 \mathbf{p}^2 \hbar^3 n^3 \Delta^2} \left\{ \frac{\cot^{-1} a}{a^3} + \frac{1}{a^2(a^2 + 1)} \right\} \frac{3(\mathbf{n} - 1)^2 + 1}{(\mathbf{n} - 1)^2} \quad (2.8.13)$$

$$\mathbf{r}_2 = \frac{Z^2 e^2 m^2 N I^2}{24 \mathbf{p}^2 \hbar^3 n^3 \Delta^2} \left\{ \frac{\cot^{-1} a}{a^3} + \frac{1}{a^2(a^2 + 1)} \right\} \frac{3(\mathbf{n} - 1)^2 + 3}{(\mathbf{n} - 1)^2} \quad (2.8.14)$$

ρ_1 es la resistividad eléctrica debido a la dislocación en la dirección deslizamiento.

ρ_2 es la resistividad eléctrica debido a la dislocación normal al plano de deslizamiento.

ρ_3 es la resistividad eléctrica debido a la dislocación en la dirección cuyo eje tiende a cero.

n es el número de electrones de conducción por unidad de volumen.

N es el número de pares de dislocaciones por unidad de área normal al eje.

Δ es el volumen de la celda unitaria.

\vec{E} unidad cristalográfica de distancia de deslizamiento

Y el potencial de la red se toma de la forma:

$$-(Ze^2/r)e^{-qr}$$

$a = q/2k_o$, donde k_o es el vector de onda en la superficie de Fermi

ν = es la relación recíproca de Poisson

La resistividad eléctrica promedio para una muestra policristalina sobre todas las direcciones es:

$$\mathbf{r} = \frac{1}{3}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2) = \frac{Z^2 e^2 m^2 N I^2}{18 p^2 \hbar^3 n^3 \Delta^2} \left\{ \frac{\cot^{-1} a}{a^3} + \frac{1}{a^2(a^2 + 1)} \right\} \left[1 + \frac{1}{(n-1)^2} \right] \quad (2.8.15)$$

El resultado experimental del cambio de resistividad eléctrica del metal deformado a baja temperatura de una muestra policristalina de cobre es de 2%, es decir, la resistividad eléctrica ha incrementado en 2%. Si asumimos este incremento como resultado de la deformación plástica, quiere decir, que se ha generado gran cantidad de dislocaciones. Luego podemos estimar N densidad de pares de dislocaciones, para un incremento de resistividad eléctrica.

De acuerdo a la fórmula para una muestra policristalina, un incremento de 2% en la resistividad corresponde a $N = 5 \times 10^{12}$ pares de dislocaciones por cm^2 . Este valor es considerablemente alta que el valor $N = 2 \times 9 \times 10^{11}$ estimado por la energía almacenada durante la deformación.

El valor estimado es demasiado alto, probablemente la masa efectiva del electrón es mayor que la masa libre de electrón y que también la carga del ión es más grande que la carga del electrón libre. Estos factores son difíciles de estimar precisamente.

La resistividad eléctrica del cobre a 20 C es

$$1.69 \times 10^{-6} \, \Omega \text{cm}$$

RESISTIVIDAD RESIDUAL POR DEFECTOS EN METALES

Según [9], para el cálculo de la resistividad por defectos tales como vacancias o intersticios, requiere conocer el cambio de fase de Friedel

Según la fórmula de Friedel para la resistividad:

$$r = \frac{n_i}{N} \left(4\pi\hbar / ze^2 k_f \right) \sum l(l+1) \sin^2(\mathbf{j}_{l+1} - \mathbf{j}_l) \quad (2.8.16)$$

Z es la valencia de la matriz (disolvente)

k_f vector de onda de Fermi

n número de defectos por unidad de volumen

N número de celdas unitarias

ϕ cambio de fase de Friedel

Aplicación para el caso de cobre - aluminio

Cambio de fase de Friedel	\hat{O}_0	\hat{O}_1	\hat{O}_2	$\rho \text{ } \Omega\text{-cm}$
Braspenning	0.32	0.39	0.19	1.04
Coleridge	0.201	0.398	0.227	1.35
valor promedio	0.26	0.39	0.21	1.17

El valor experimental

$$\rho = 1.13 \text{ } \Omega\text{-cm}$$

El valor obtenido con valor promedio y valor experimental son muy cercano, también enfatizar la

extrema sensibilidad en el cálculo de la resistividad ,con el cambio de fase de Friedel.

DEFORMACIÓN DE LA RED CRISTALINA Y LLENADO DE ESTADOS ELECTRÓNICOS ALREDEDOR DE LAS PAREDES DE DISLOCACIÓN

Según [27] la distribución de los electrones alrededor de la dislocación de borde se calcula tomando en cuenta la interacción de deformación - electrón, es decir, la distribución depende exclusivamente de la interacción electrón con la dislocación.

El Hamiltoniano de un cristal con dislocación tiene la forma :

$$H = \sum_{is} [w + SU(r_i)] c_{is}^+ c_{is} + \sum_{ijs} I_{ij}^0 c_{is}^+ c_{js} + \frac{1}{2} \sum_i K \Omega_0 U^2(r_i) c_{is}^+ c_{is} + H_c \quad (2.8.17)$$

Aquí $c_{is}^+ c_{is}$ es un operador de creación y aniquilación de un electrón con spin ó, en el estado Wannier i; W es su energía, S describe su desplazamiento inducido por la deformación.

I_{ij}^0 , es la integral del estado no deformado.

K, Constante de elasticidad

\tilde{U}_0 , volumen inicial

$U(R_i) = (\Omega - \Omega_0) / \Omega_0$, Parámetro de deformación

H_c , Es el Hamiltoniano de interacción de Coulomb.

Usando condiciones de equilibrio mecánico del sistema

$$\left\langle \frac{\partial H}{\partial U(r)} \right\rangle = \mathbf{s}_{mech}(r)V \quad (2.8.18)$$

\mathbf{s}_{mech} , Tensión mecánica

V, Volumen de cristal

El parámetro de deformación total U(r) puede presentarse en la forma.

$$U(r) = -\frac{S}{K\Omega_0} \sum_{K, K', s} \langle c_{ks}^+ c_{k's} \rangle \exp(-i(k - k')r) + U_{mech}(r) \quad (2.8.19)$$

El primer termino es la deformación electrónica y el segundo la deformación mecánica .

$$U_{mech}(|x|, y) = \frac{U_0 \sin(\Theta y)}{\cosh(\Theta |x|) - \cos(\Theta y)} \quad (2.8.20)$$

donde:

$$U_0 = b(1 - r\mathbf{n}) / 2d(1 - \mathbf{n})$$

$\Theta = \frac{2\mathbf{p}}{d}$, \mathbf{i} es coeficiente de Poissón: $\mathbf{b} = (b, 0, 0)$ vector de

Burgers en la dirección OX. Donde d es la distancia entre dislocaciones.

La primera parte de (2.8.19) se reduce al cálculo del correlator $\langle c_{ks}^+ c_{k's} \rangle$

$$\langle c_{ks}^+ c_{k's} \rangle = \frac{1}{V} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{2 \text{Im}(\iint \Gamma_E^s(r_1, r'_1) \exp(ikr_1) \exp(-ik'r'_1) dr'_1 dr_1)_{E-i\epsilon} dE}{\exp[\mathbf{b}(E - \mathbf{m})] + 1} \quad (2.8.21)$$

Aquí $\Gamma_E^s(r_1, r'_1)$ es la función de Green. En la aproximación de masa efectiva la ecuación para la función de Green tiene la forma.

$$\mathbf{a}^* \nabla_r^2 \Gamma_E^s(r, r') - [SU(r) - e\mathbf{y}(r) + E_0 - E] \Gamma_E^s(r, r') - \frac{1}{2\mathbf{p}} \mathbf{d}(r - r') = 0 \quad (2.8.22)$$

Donde: $\mathbf{y}(r)$ es la energía electrostática causado por la redistribución de densidad de carga.

$$\Delta n(r) = n(r) - n_{01}$$

es el promedio total de la concentración de electrones en la banda de conducción.

$n(r)$, es la concentración de electrones en la banda de conducción.

Haciendo cálculos adecuados se obtiene una fórmula que puede tratarse como oscilador armónico a lo largo del eje y , con amplitud $A(x)$.

$U(|x|, y) = U_a(|x|) \sin(\Theta y)$, donde:

$$U_a(|x|) = -\frac{b}{d} \frac{1-2n}{1-n} [\exp(-\Theta|x|) + \frac{g^\Theta}{\sqrt{\Theta^2 + g^2/e}} \exp(-|x|\sqrt{\Theta^2 + g^2/e})] \quad (2.8.23)$$

Según [26], se concluye:

- la redistribución de los electrones a lo largo de la pared de dislocación tiene carácter periódico. Normal al plano de la pared, la concentración de los electrones decae, la disminución ocurre en caso de una dislocación única tal disminución es lenta.
- con el incremento de llenado de la banda, $n(0 \leq n \leq 2)$ ambas redistribuciones de electrones y deformación de la red inducido por dislocación se localiza más en la pared de dislocación.
- al incrementar la distancia entre dislocaciones vecinas la redistribución de electrones depende de la amplitud de la redistribución.

CAPITULO III

3. PARTE EXPERIMENTAL

3.1 Obtención de las aleaciones Cu-Al. Elaboración de las probetas destinadas a los ensayos mecánicos y medición de la resistividad eléctrica.

Según [28], la masa de los componentes se determina usando la siguiente ecuación:

$$Da = \frac{D_{cu} D_{al}}{\% Al D_{cu} + \% Cu D_{al}}$$

Donde:

D_{α} densidad de aleación

D_{cu} densidad de cobre

D_{al} densidad de aluminio

La masa de la pre-probeta se calcula usando la siguiente ecuación:

$$M_p = D_{\alpha} V_p$$

Donde V_p , es el volumen de la probeta

FUNDICIÓN.– Para fundir las masas del cobre y aluminio se procedió de la siguiente manera:

- Se coloca en el crisol una cantidad determinada de cobre, y se acerca el lanzallamas, cuando el cobre está a punto de fundirse se agrega la cantidad determinada de aluminio.
- Cuando la aleación está en estado líquido se vierte en una lingotera. la aleación se solidifica y se

retira de la lingotera. Se deja enfriar hasta la temperatura del ambiente, luego se somete al laminado cuidando que el espesor de la muestra sea de 3mm. Después se procede a cortar en la forma y dimensiones que se muestra en la figura 23.

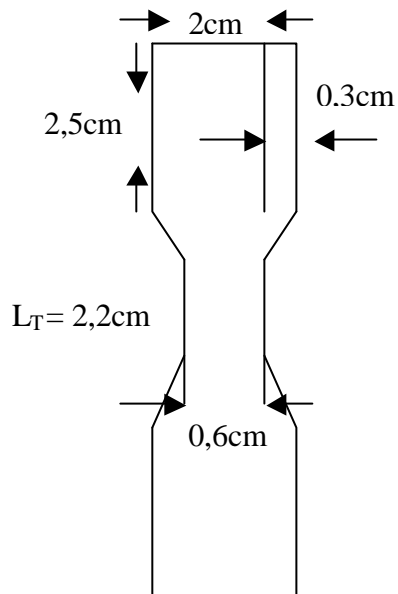


Fig. 23 Forma de la probeta para ensayo mecánico

TRATAMIENTO TERMICO

- A las probetas obtenidas se somete a un tratamiento térmico a 360°C durante dos horas, para eliminar tensiones internas acumuladas durante el laminado.
- Entre las medidas de la probeta debe existir una relación determinado. En particular, la longitud inicial de trabajo L_0 es igual:

$$L_0 = 2.82\sqrt{S_0}$$

S_0 es el área inicial de la sección transversal de la probeta, la probeta así obtenida es una probeta normalizada.

Preparación de las probetas para su caracterización en el microscopio óptico.

- Desbaste: Con el desbastador que se muestra en la figura 24.

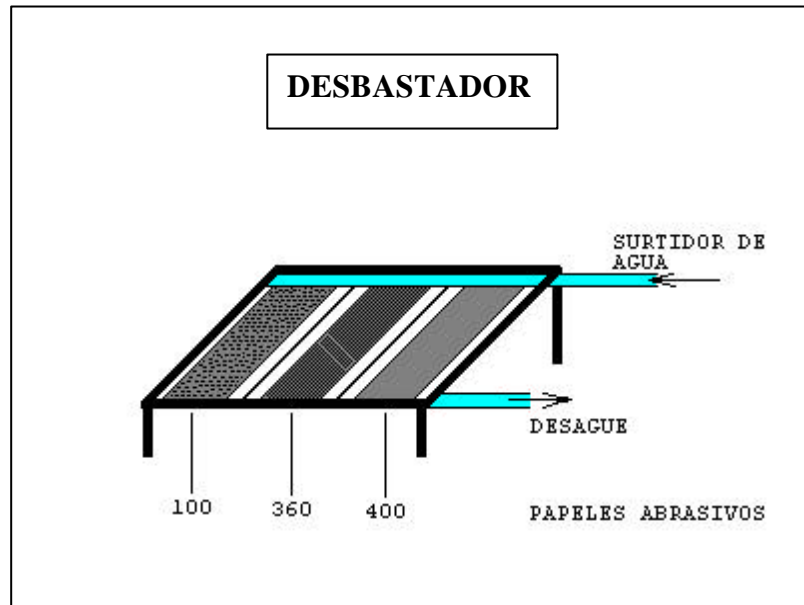


Fig. 24

El desbastador consiste de tres tipos de papeles abrasivos de 100, 360, 400.

La manguera de agua sirve para estar limpiando cada vez las partículas desbastadas de la probeta. Se empieza por el papel (100) a desbastar en un solo sentido, para desbastar en el otro papel se gira 90° la probeta respecto a la dirección anterior, del mismo modo se gira para desbastar en (400) hasta que la probeta quede lisa.

- Pulido: con el pulidor que se muestra en la figura:

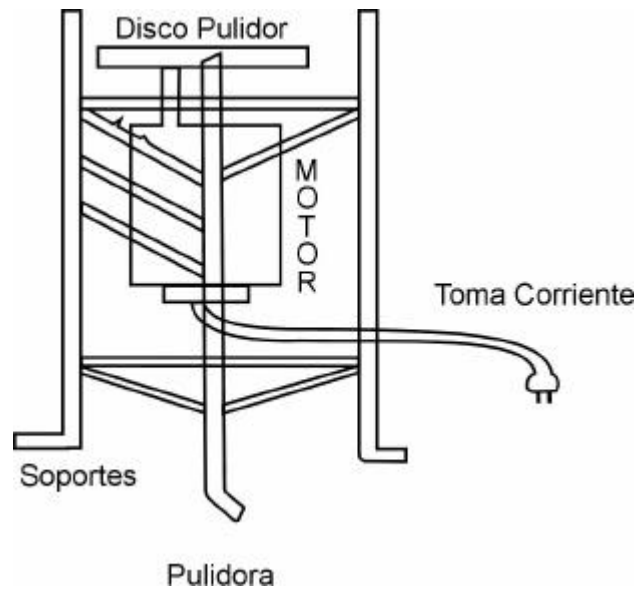


Fig. 25

Se procede de la siguiente forma:

- Se moja con agua el paño del disco y además con oxido de magnesio diluido, luego se empieza a frotar la probeta lavando en chorro de agua hasta que la probeta quede como espejo.

ATAQUE QUÍMICO

- Para hacer ataque químico se utiliza la siguiente solución:

4ml de cloruro férrico
 2ml de ácido clorhídrico
 1ml de ácido acético
 5 gotas de bromo

El ataque químico consiste en frotar la cara pulida de la probeta. Luego, se lava en agua y se seca con papel tisue.

Descripción del equipo para los ensayos mecánicos estáticos de tracción.

El equipo para ensayos mecánicos estáticos se da en la siguiente figura.

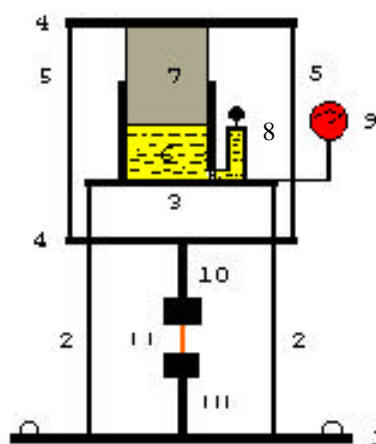


Fig. 26 Esquema de la máquina de ensayos mecánicos estáticos:
1, base; 2, columna fijas; 3, cabezal fijo; 4, cabezales móviles;
5, columnas móviles; 6, aceite; 7, émbolo; 8, bombas; 9, manómetro;
10, mordazas; 11, probeta.

Elementos:

- 1 Prensa hidráulica, elemento principal del equipo, cuyo funcionamiento permite deformar la probeta
- 2 Columnas fijas, Sirve de apoyo a la prensa hidráulica.

- 3 Cabezal móvil, cuyo desplazamiento provocado por el empuje del émbolo de la prensa tracciona la probeta.
- 4 Mordazas, sirve para sujetar la probeta
- 5 Manómetro, registra las variaciones de presión de la prensa hidráulica que transmite al cabezal móvil.

Funcionamiento:

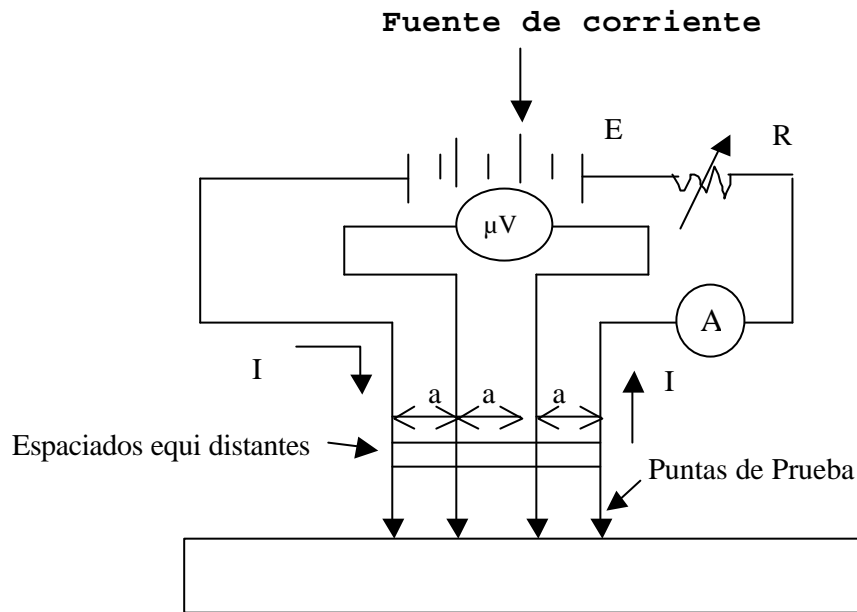
- 1 Se coloca la probeta entre las mordazas y se fija firmemente con los tornillos de seguridad de las mordazas
- 2 Tener cuidado de que la válvula de paso del aceite, en la prensa hidráulica este cerrada, y luego comenzar a bombear.
- 3 Aumentar gradualmente la fuerza y medir su alargamiento, para cada una de las probetas.

Los resultados obtenidos se muestran en la tabla siguiente

Tensión $\sigma(\text{MP})$	184.022	193.402	211.008	216.497	238.146	238.220
Deformación $\varepsilon(\%)$	2.16	9.69	13.00	16.37	27.13	31.28

DESCRIPCION DEL EQUIPO PARA LA MEDICION DE LA RESISTIVIDAD ELECTRICA POR EL METODO DE LAS CUATRO PUNTAS.

Según [29]. el método consiste en que se tiene cuatro puntas de prueba equidistantes que se sitúan sobre la muestra como se ilustra en la gráfica:



Muestra
Fig. 27

Donde:

$a = 0.345\text{cm}$

E fuente de corriente continua a 2VCC

R resistencia variable de 15 ohm

A amperímetro (mA)

V voltímetro (μV)

El par de puntas que quedan al exterior se usa para hacer circular por la muestra una corriente uniforme, el par del interior sirve para probar el potencial.

RESTRICCIONES

- La muestra debe ser semi-infinita, es decir, dimensiones de la muestra son grandes en comparación con el espaciamento entre las puntas, a , y el error es muy pequeño en su calculo.
- Para evitar la inyección de portadores minoritarios en los contactos de la corriente. Esto se logra puliendo con abrasivos en la superficie de la muestra.

DETERMINACION DE LAS DEFORMACIONES Y MEDICION DE LA RESISTIVIDAD ELECTRICA DE LAS ALEACIONES

Deformación, se calcula usando la siguiente fórmula:

$$e = \frac{\Delta L}{L_0} 100\%$$

L_0 Longitud inicial antes de tracción

L Longitud final después de la tracción

Medición de la resistividad eléctrica de las aleaciones.

Se calcula usando la siguiente fórmula:

$$r = \frac{AV}{LI}$$

Donde:

A área transversal

L espaciamento entre cuatro puntas

V voltaje

I intensidad de corriente

DETERMINACION DE LAS DENSIDADES DE DISLOCACIONES (P)

- Se coloca la probeta atacada químicamente sobre el porta muestras del microscopio.
- Se enfoca la zona elegida y se cuenta el número de dislocaciones que hay en cada elemento de la cuadrícula del ocular.
- Se promedia el número de dislocaciones y se divide este resultado entre áreas de la cuadrícula, el resultado final se da en (dislocaciones/m²).

CAPITULO IV

4 RESULTADOS

Las muestras obtenidas por fusión de Cu y Al de pureza técnica; Cu 99.95% y Al 99.67% se caracterizaron con ayuda del microscopio metalográfico, en los cuales se observaron que las muestras son una solución sólida α de aluminio en cobre. También se determinó el parámetro de red:

0.362nm para la aleación

0.3608nm para cobre

0.4043nm para aluminio

Los resultados de la determinación de la densidad de dislocación y la medición de la resistividad eléctrica de las muestras antes de deformar plásticamente, se resume en la tabla I:

Tabla I

MUESTRA	1	2	3	4	5	6	7
Resistividad Eléctrica ($\mu\Omega\text{cm}$)	4.5169	4.8734	4.8517	5.7182	5.4019	5.3736	4.3068
Densidad de Dislocaciones ($\#D10^7\text{m}^{-2}$)	1.592	1.500	1.08	1.248	1.648	2.372	1.516

Los datos obtenidos para cada probeta después de la deformación plástica se da en la siguiente Tabla II:

Tabla II

MUESTRA	1	2	3	4	5	6	7
Deformación $\epsilon(\%)$	2.16	9.69	13.03	16.15	16.27	27.13	34.45
Resistividad Eléctrica($\mu\Omega\text{cm}$)	4.9878	5.0123	6.2320	6.6976	5.9189	5.8386	4.9592
Densidad de Dislocaciones ($\#D10^7\text{m}^{-2}$)	1.72	1.464	1.168	1.892	1.468	1.524	1.608

Curva de resistividad eléctrica en función de la deformación plástica

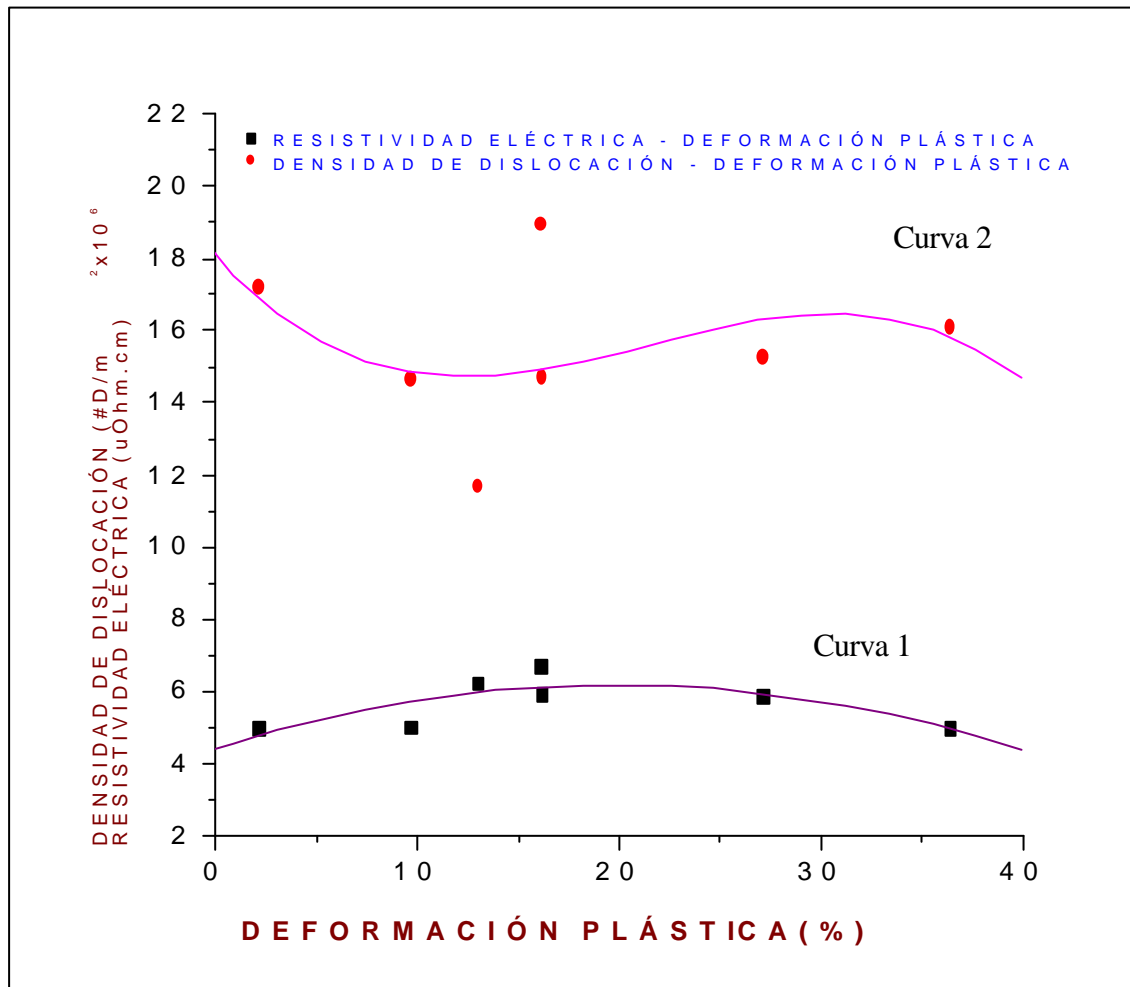


Fig. 28

CURVA DE LA RESISTIVIDAD ELÉCTRICA vs DENSIDAD DE LAS DISLOCACION

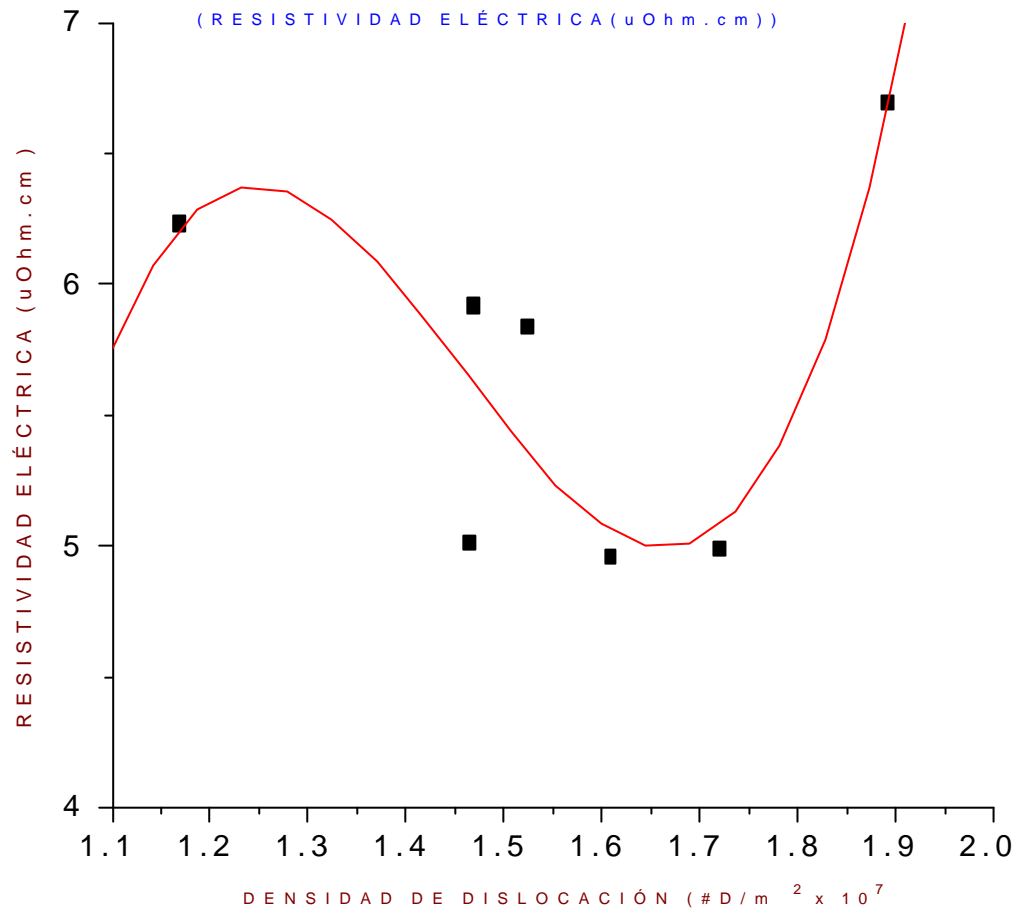
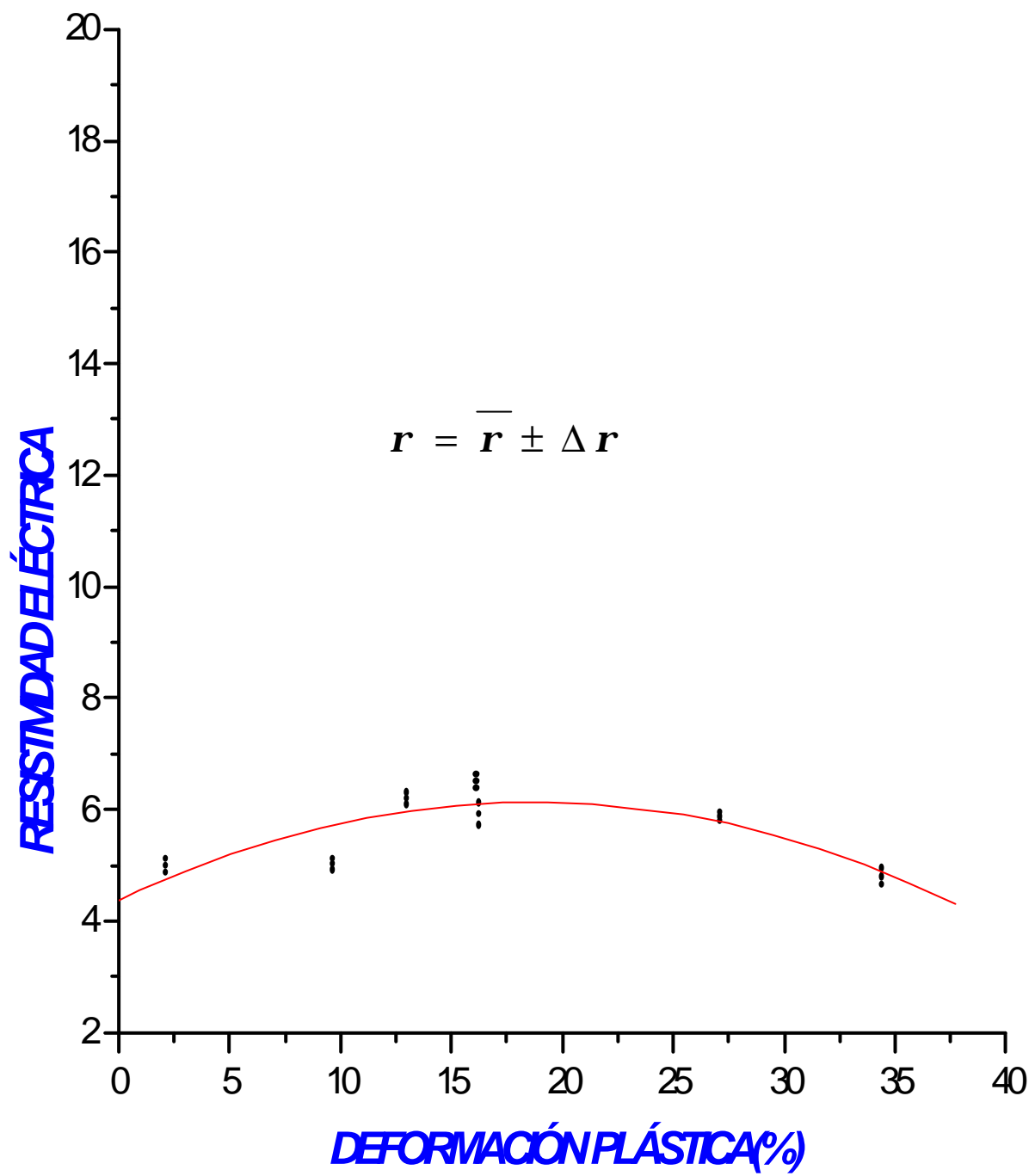
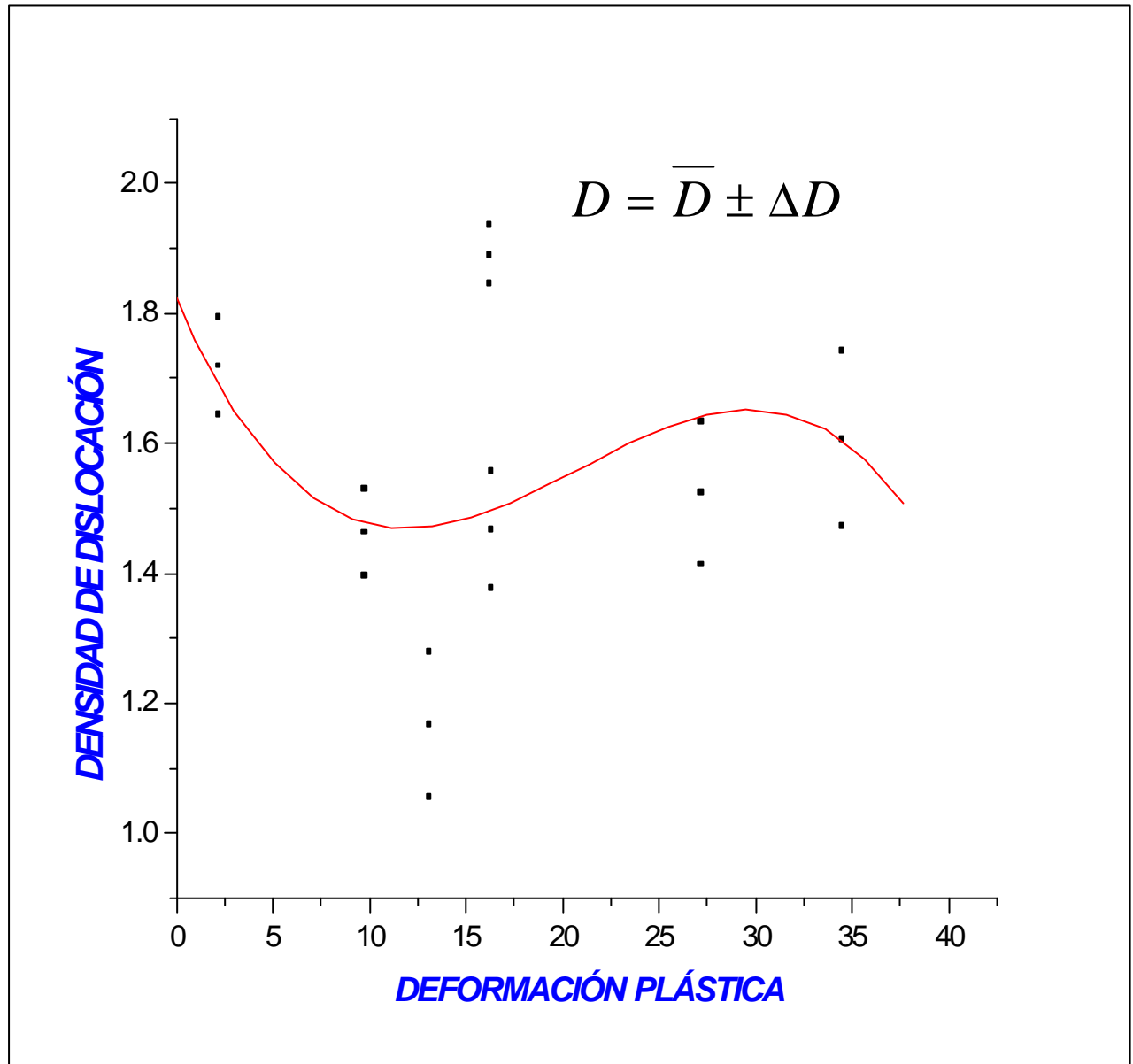


Fig. 29





CAPITULO V

5 DISCUSION

En el gráfico (28), la curva 1, 2. Podemos dividir en tres regiones. En la región (0-12.5) a medida que aumenta la deformación plástica aumenta la resistividad eléctrica, esta relación muestra que la estructura cristalina deformada de la muestra ofrece cierta resistencia al paso de los electrones de conducción y que los centros dispersores son las impurezas de aluminio.

También observamos en esta región la disminución de la densidad de dislocaciones debido a que se produce aniquilamiento de las dislocaciones.

En la región (12,5-20=%) de deformación la resistividad eléctrica y densidad de las dislocaciones aumentan, esto se explica porque el aumento de las dislocaciones en la muestra origina la dificultad al flujo de electrones, es decir, tiene lugar la interacción electrón -dislocación.

En la región (20-30)% de deformación la resistividad disminuye levemente hay aumento de densidad de dislocaciones, esto puede explicarse como sigue: la micro estructura a medida que aumenta la densidad de dislocaciones en su gran mayoría forman bosque de dislocaciones inmóviles y hay una gran concentración de tensiones que inducen la micro estructura de la aleación obteniéndose alta energía potencial de los iones que a su vez estos interaccionan sin dificultar apreciablemente al paso de los electrones de conducción, debido a esto disminuye la resistividad eléctrica.

CONCLUSIONES

- La aleación $\text{Cu}_{0.975}\text{Al}_{0.025}$ obtenido en el laboratorio de cristales reales y aleaciones metálicas de UNMSM, es una solución sólida de aluminio en cobre con parámetro de red igual a 0.362nm
- La resistividad eléctrica después de la deformación para todas las muestras se incrementan .
- La resistividad eléctrica antes de la deformación es de $(4.5109) \times 10^{-8} \text{ } \Omega\text{cm}$ que es de valor aproximado para aleación de Cu-Al al encontrado en [10] que es de $4.79 \times 10^{-8} \text{ } \Omega\text{cm}$.
- La densidad de dislocaciones es del orden de $1.67 \times 10^7 \text{ m}^{-2}$ antes de deformación y $1.5 \times 10^7 \text{ m}^{-2}$ después de la deformación.
- El parámetro de red de la aleación de Cobre - Aluminio es 0.620nm, que es un valor aproximado al encontrado en [10] que es 0.616nm.
- En el gráfico 28, la curva 1, se ajusta a un polinomio de regresión de grado 2, cuyo polinomio es:
$$f(x) = 4,43159 + 0,17676x - 0,00446x^2$$

con desviación estándar 0.49875 y una probabilidad de 0.12061.

- en el gráfico 28, la curva 2 se ajusta a un polinomio de regresión de grado 3, cuyo polinomio es:

$$f(x) = 18,8783 - 0,63137x + 0,036x^2 - 5,59186x^3$$

con una desviación estándar 2.98132 y una probabilidad 0.91518.

BIBLIOGRAFÍA

1. Ohm, G.S. 1827. Die Galvanische Kette (mathematisch bearbeitet) Berlin. Riemann.
2. Pavlov, P.V. Jojlov, A.F. 1987. Física del Estado Sólido. Editorial Mir Moscú.
3. Balseiro, C. De La Cruz, F. 1989. Revista de Divulgación Científica. Disponible en WWWcienciahoy.org.ar.
4. J.S. Koehler. A calculation of the changes in the conductivity of metals produced by Cold-Work Phys. Rev. V75 N1 pag 106 (1949).
5. J. K. Mackenzie and E. H. Sondheimer. The theory of the change in the conductivity of metals produced in metals by dislocations. Phys. Rev. V77 N2 pag 264 (1950).
6. D. L. Dexter Scattering of electrons in metals by dislocations. Phys. Rev. V86 N5 pag 760 (1952).
7. D. L. Dexter Conductivity of Cold-Work Metals. Phys. Rev. pag 936 (1952).
8. Rolf Landauer. Conductivity of cold Worked Metals. Phys. Rev. V82 N4 pag 520 (1951).
9. Raju R. Gupta. Residual Resistivity of defects in metals. Phys. Rev. B V35 N36 5431 (1987).
10. Macchioni, J.A. Rayne, and C.L. Bauer Low Temperature Resistivity of Bulk Copper-Aluminum Alloys. Phys. Rev. B V25 N6 3865 (1982).
11. Kuzmin, B.A. Samojlovski, A.I. 1986. Metalurgia, Metalografía y Materiales de Construcción. Editorial Mir, Moscú.
12. Lajtin, Yu. M. 1973. Metalografía y tratamiento térmico de los metales. Editorial Mir.

13. Phase Diagram Committee of The American Society for Metals, 1974
14. Allison Butts Koper. Monografía American Chemical Society New York. 1954
15. Tabla periódica de los elementos químicos. Editado por (UNMSM), (UPIGV), (IPEN). Editorial Isabel Jr. Villac Ume 1285 Urb. Zárate-Lima-Perú
16. Robert E. Reed-Hil 1971. Principio de Metalurgia Física. Editorial Continental S.A. México, España, Argentina, Chile.
17. John Verhoven 1987. Fundamentos de Metalurgia Física. Editorial Limusa S.A.
18. Zolotrevski, V. 1976. Pruebas Mecánicas de los Metales. Editorial Mir, Moscú
19. Fundación BALZI .com.ar disponible en www.fundición Balzi.com.ar. 2003
20. Webdeptos.uma.es/doc.ciencia
21. Kittel, C 1975. Introducción a la Física del Estado Sólido. Editorial Reverté S.A, Madrid, España.
22. J.C. Anderson, K.D. Leaver 1986. Ciencia de los Materiales, 2da. Edición Editorial Limusa, México.
23. A. H. Cottrell 1962. Metalurgia Física. Introducción a las teorías de la estructura de los metales y aleaciones. Editorial Reverté S.A.
24. N.W. Ashcroft N.D. Mermin, Solid State Physics Holt-Sanders Int .Ed, 1976
25. N. B. Brandt S. M. Chudinov. Mir Publishers Moscow Revised the Electronic Structure of Metals. Mir Publishers Moscow Revised the 1973. Russian Edition
26. J.M. Ziman 1972. Principles of the Theory of Solids, second Edition, Cambridge University Press, London-New York.

- 27.R.M.Peleschak.Condensed Matter Physics,2000,Vol.3
- 28.Padilla,A.U 1998. Deformación Plástica de Aleación Cobre-Aluminio.UNMSM Lima-Perù
- 29.Mckelvy J 1994. Física de estado sólido y Semi Conductores,editorial Limusa, Mexico.

APENDICE.

Figura 1.

fotos de probetas, tomados con webcam pro con resolución de 340 x 220.

a. Antes de deformar.

b. Deformado.

c. Rotura.

Figura 2.

fotos de dislocaciones, tomados con webcam pro con resolución de 340 x 220, incorporado al microscopio metalográfico.

(a) Con un aumento de 100.

(b) Con un aumento de 400.

(c) Con un aumento de 1000.

Figura 3.Espectro de difracción de rayos X de la aleación de cobre -aluminio.

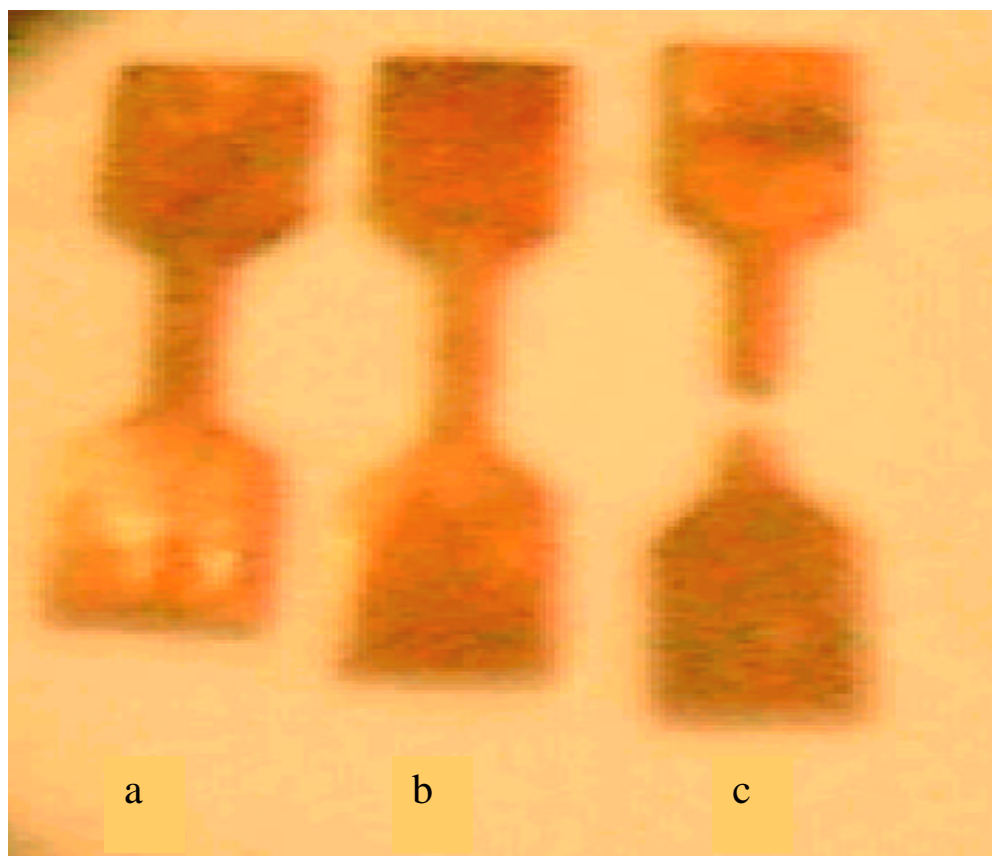


Fig.1.

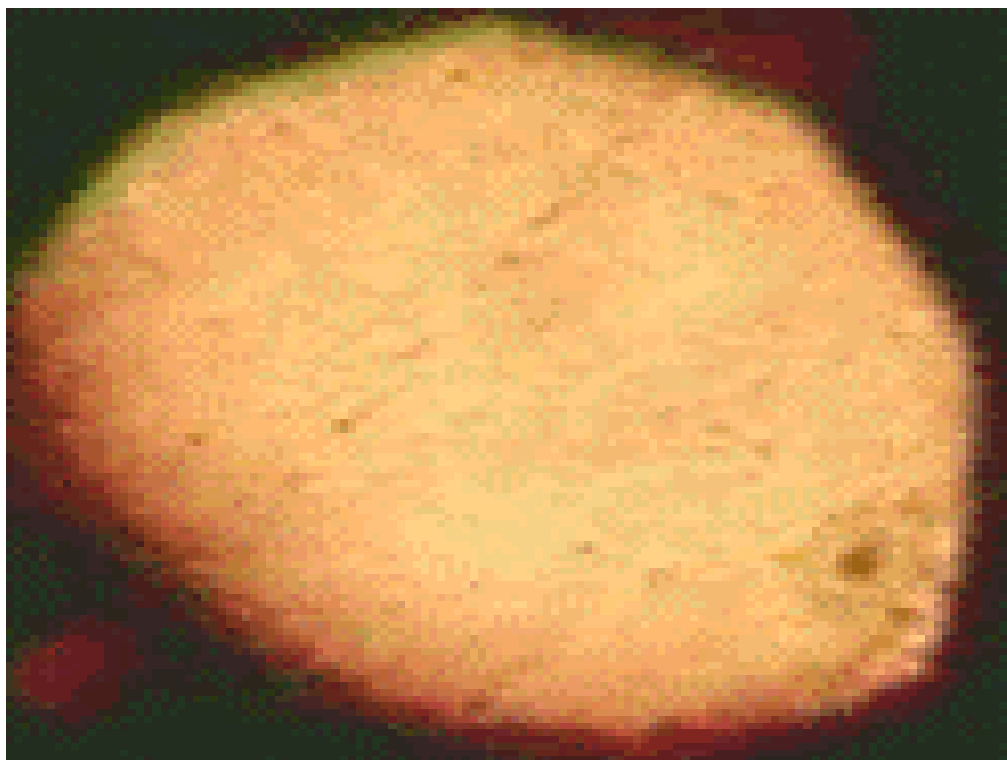


Fig.2.a

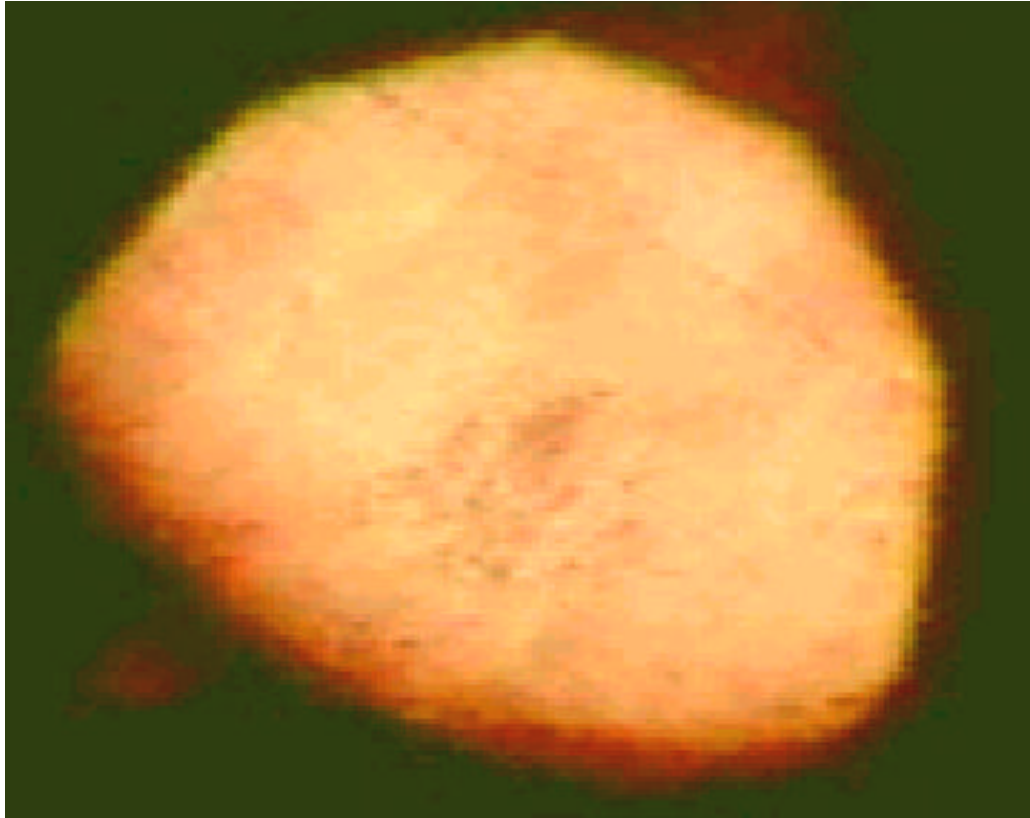


Fig.2.b

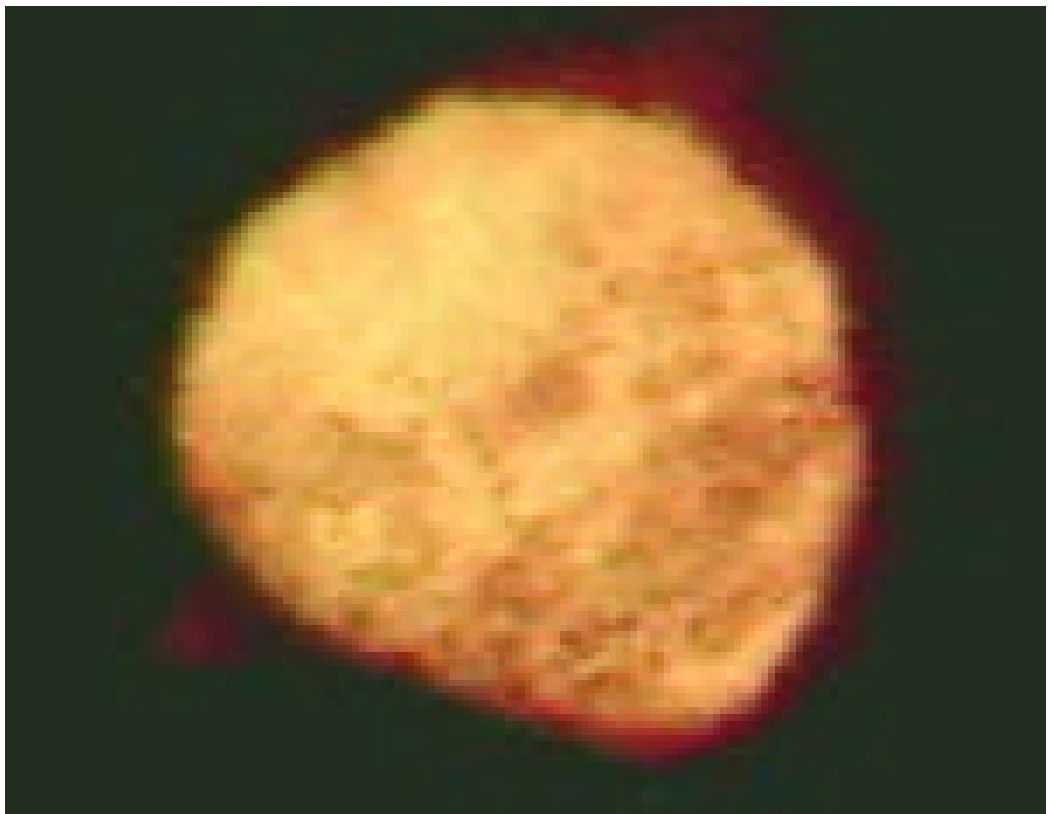


Fig.2.c